ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 10 MARS 1941.

PRÉSIDENCE DE M. HYACINTHE VINCENT.



MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Secrétaire perpétuel** annonce à l'Académie que le tome 210 (janvier-juin 1940) des *Comptes rendus* est en distribution au Secrétariat.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Sur la stabilité des ondes de choc orthogonales dans un écoulement par tranches.* Note (¹) de M. **Maurice Roy**.

J'ai montré (²) que l'écoulement *par tranches*, adiabatique, irrotationnel et permanent par rapport aux axes absolus, d'un fluide parfait n'est concevable qu'avec des trajectoires rectilignes.

Je me propose de déterminer la condition de *stabilité* d'une onde de choc orthogonale dans un tel écoulement conique.

Soient Ox l'axe de cet écoulement conique, l'origine étant au sommet du cône, et x_0 le rayon de l'onde de choc, sphérique et stationnaire en régime. A partir d'un instant t_0, supposons que cette onde prenne un mouvement $x(t)$, les surfaces orthogonales des vitesses restant sphériques. Les indices 1 et 2 distingueront les valeurs des grandeurs p, ρ, v (pression, densité, vitesse) sur les faces extérieure et intérieure de l'onde sphérique.

On étudie les petits mouvements ($x - x_0$ et dx/dt petits) de l'onde et l'on admet expressément que, dans l'espace intéressé, les variations et les

(¹) Séance du 3 mars 1941.

(²) *Comptes rendus*, 209, 1939, p. 187 et 276.

dérivées partielles premières et secondes par rapport au temps de p, ρ, v restent petites.

On compte les vitesses v du fluide et dx/dt de l'onde positivement dans le sens de l'axe orienté Ox.

La discontinuité provoquée par l'onde vérifie à chaque instant les relations classiques, dont on utilisera ici celle qui relie exclusivement les pressions et les vitesses, y compris celle de l'onde

$$(1)\qquad p_2[(\gamma-1)v_1-(\gamma+1)v_2]-p_1[(\gamma-1)v_2-(\gamma+1)v_1]=2(p_1-p_2)\frac{dx}{dt}.$$

De cette équation permanente, on prendra la différentielle en suivant l'onde dans son mouvement (dx, dt).

D'autre part, dans les écoulements perturbés amont et aval, les dérivées partielles de p et de v satisfont aux relations (a, vitesse du son dans le fluide)

$$(2)\qquad \begin{cases} \dfrac{1}{v}\dfrac{\partial v}{\partial x}=-\dfrac{1}{v^2-a^2}\dfrac{\partial v}{\partial t}+\dfrac{1}{\rho v(v^2-a^2)}\dfrac{\partial p}{\partial t}+\dfrac{2a^2}{v^2-a^2}\dfrac{1}{x}, \\ \dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial p}{\partial x}=\dfrac{a^2}{v^2-a^2}\dfrac{\partial v}{\partial t}-\dfrac{v}{\rho(v^2-a^2)}\dfrac{\partial p}{\partial t}-\dfrac{2v^2a^2}{v^2-a^2}\dfrac{1}{x}. \end{cases}$$

Enfin la variation dg_i d'une grandeur g_i (p_i ou v_i) sur la face d'indice i de l'onde est donnée par

$$(3)\qquad dg_i=dt\left[\frac{dx}{dt}\frac{\partial g_i}{\partial x}+\frac{\partial g_i}{\partial t}\right].$$

Faisons intervenir (2) et (3) dans l'équation (1) mise sous forme différentielle. Les fonctions p, ρ, v, a de (x, t) et leurs dérivées partielles peuvent être comparées à leurs valeurs, en fonction du temps, pour $x=x_0$, abscisse de régime de l'onde.

Tenons compte des hypothèses spécifiées ci-dessus sur l'ordre de grandeur tant de ces fonctions que du mouvement de l'onde et négligeons les quantités d'ordre supérieur. L'équation différentielle du mouvement de l'onde se met finalement sous la forme

$$(4)\qquad \frac{d^2x}{dt^2}+2\frac{\gamma-1}{\gamma+1}\frac{(a_1)_0^2+\gamma(v_1)_0^2}{(v_1)_0}\frac{1}{x_0}\frac{dx}{dt}=\psi(t),$$

où $(a_1)_0$ et $(v_1)_0$ sont les valeurs de a et de v *en régime*, sur la face extérieure de l'onde sphérique, de rayon x_0, et $\psi(t)$ une combinaison linéaire, à coefficients finis, de $\partial p'/\partial t$, $\partial p''/\partial t$, $\partial v'/\partial t$, $\partial v''/\partial t$.

Ces dernières fonctions sont, pour x invariable et égal à x_0, les dérivées

partielles premières par rapport au temps des fonctions p' et p'', v' et v'', de x et de t, valables respectivement à l'extérieur et à l'intérieur de la surface sphérique de l'onde (p et v étant prolongés analytiquement dans l'un de ces cas). Ces dérivées partielles étant ici des fonctions arbitraires pour un *mouvement perturbé quelconque*, mais, par hypothèse, *petites*, le second membre de (4) est donc une fonction donnée et arbitraire, mais petite, du temps t. On notera que *l'accélération normale de l'onde est, dans ce cas, petite en même temps que sa vitesse.*

Le déplacement $x(t)$ de l'onde, supposé petit pour que (4) soit valable, restera indéfiniment petit et, par conséquent, l'onde sera *stable* si le coefficient de dx/dt est positif, c'est-à-dire, en définitive, si $(v_1)_0$ est positif.

Par suite, *la condition nécessaire et, sans doute, suffisante de la stabilité de l'onde sphérique, à l'égard de petites perturbations amont et aval, est que l'écoulement s'effectue dans le sens où les trajectoires divergent.*

Alors, nécessairement, en amont de l'onde le fluide se détend et à l'aval il se comprime.

Tel est bien le sens des observations faites dans les écoulements supersoniques à travers des tuyères convenablement conformées pour que le fluide s'y écoule sensiblement par tranches. En accord avec le résultat théorique établi ci-dessus, l'expérience montre, en effet, la possibilité d'une onde de choc stationnaire et stable dans de telles conditions.

Par contre, selon ce même résultat théorique, dans un courant par tranches, supersonique et convergent, donc en ralentissement et compression, il serait vain d'espérer produire une onde de choc stationnaire et stable.

De là on peut déduire certaines conclusions intéressantes pour l'utilisation de l'onde de choc à la compression spontanée d'un fluide, notamment dans certains compresseurs à grandes vitesses d'écoulement ou dans des propulseurs aériens à réaction.

COMMISSIONS.

Le scrutin pour la nomination des Commissions de prix de 1941 ouvert en la séance du 3 mars est clos en celle du 10 mars.

44 cahiers de vote ont été déposés.

Le dépouillement du scrutin donne les résultats suivants :

I. Mathématiques : *Prix Francœur.* — MM. É. Picard, J. Hadamard, É. Borel, H. Lebesgue, J. Drach, É. Cartan, H. Villat, G. Julia, P. Montel.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. É. Jouguet, L. de Broglie.

II. Mécanique : *Prix Montyon, Poncelet, Pierson-Perrin, fondation Henry Bazin.* — MM. É. Picard, É. Borel, J. Drach, É. Jouguet, A. de Gramont, H. Villat, L. de Broglie, A. Caquot, N....

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. É. Cartan, P. Montel.

III. Astronomie : *Prix Lalande, Damoiseau, Valz, G. de Pontécoulant, La Caille.* — MM. É. Picard, H. Deslandres, H. Lebesgue, A. Cotton, E. Esclangon, C. Maurain, G. Fayet, J. Chazy, B. Lyot.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. C. Fabry, L. de Broglie.

IV. Géographie : *Prix Gay, fondation Tchihatchef, prix Binoux, Alexandre Givry.* — MM. A. Lacroix, R. Bourgeois, G. Perrier, C. Maurain, L. Lapicque, J. Tilho, G. Durand-Viel, É.-G. Barrillon, N....

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. M. Molliard, A. Chevalier.

V. Navigation : *Prix Plumey.* — MM. É. Picard, R. Bourgeois, É. Borel, G. Perrier, C. Fabry, J. Drach, É. Jouguet, H. Villat, J. Tilho, L. de Broglie, A. Caquot, G. Durand-Viel, É.-G. Barrillon, N..., N....

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. M. de Broglie, P. Langevin.

VI. Physique : *Prix Gaston Planté, François Hébert, Henri de Parville, Hughes, fondations Clément Félix, Général Ferrié.* — MM. É. Picard, M. Brillouin, J. Perrin, A. Cotton, M. de Broglie, C. Fabry, A. de Gramont, P. Langevin, N....

A obtenu ensuite le plus de suffrages : M. C. Gutton.

VII. Chimie : *Prix Montyon des arts insalubres, Jecker, fondation Cahours, prix Berthelot, Houzeau, fondation Charles-Adam Girard.* — MM. A. Lacroix, G. Bertrand, M. Delépine, R. Fosse, R. Lespieau, M. Javillier, P. Lebeau, M. Tiffeneau, N....

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. L. Guillet, C. Fabry.

VIII. Minéralogie et Géologie : *Prix Delesse, Fontannes, fondation Edmond Hébert, prix Victor Raulin, Joseph Labbé, André-C. Bonnet.* — MM. A. Lacroix, P. Sabatier, A. Cotton, L. Cayeux, C. Jacob, C. Mauguin, F. Grandjean. E. de Margerie, N....

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. J. Tilho, C. Pérez.

IX. Botanique : *Prix Desmazières, Montagne, Jean Thore, de Coincy.* — MM. L. Bouvier, A. Lacroix, P.-A. Dangeard, G. Bertrand, M. Molliard, L. Blaringhem, A. Guilliermond, A. Chevalier, H. Colin.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. A. Gosset, C. Pérez.

X. Économie rurale : *Prix Paul Marguerite de La Charlonie, Nicolas Zvorikine.* — MM. P. Marchal, E. Leclainche, G. Bertrand, L. Blaringhem, L. Lapicque, R. Fosse, É. Schribaux, G. Moussu, M. Javillier.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. M. Molliard, L. Cayeux.

XI. Anatomie et Zoologie : *Prix Cuvier, fondation Savigny.* — MM. L. Bouvier, A. Lacroix, P. Marchal, H. Vincent, M. Caullery, L. Cuénot, C. Pérez, É. Roubaud, P. Wintrebert.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. M. Molliard, A. Guilliermond.

XII. Anthropologie : *Prix André-C. Bonnet.* — MM. H. Vincent, M. Caullery, L. Blaringhem, L. Lapicque, A. Gosset, J.-L. Faure, C. Pérez.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. C. Achard, P. Wintrebert.

XIII. Médecine et Chirurgie : *Prix Montyon, Barbier, Bréant, Godard, Mège, Bellion, Larrey, Argut, Alfred Dutens, Jean Dagnan-Bouveret.* — MM. A. Lacroix, E. Leclainche, H. Vincent, C. Achard, L. Lapicque, A. Gosset, J.-L. Faure, C. Pérez, P. Portier, E. Sergent, N....

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. M. Javillier, É. Roubaud.

XIV. Cancer et Tuberculose : *Fondation Roy-Vaucouloux, prix Louise Darracq, Eugène et Amélie Dupuis, fondation Henriette Régnier.* — MM. H. Vincent, M. Caullery, C. Achard, L. Lapicque, A. Gosset, J.-L. Faure, E. Sergent.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. C. Pérez, G. Roussy.

XV. Physiologie : *Prix Montyon, Pourat, Philipeaux, Fanny Emden.* — MM. P. Marchal, H. Vincent, M. Molliard, M. Caullery, L. Lapicque, C. Pérez, P. Portier.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. A. Guilliermond, M. Javillier.

XVI. Statistique : *Prix Montyon.* — MM. É. Picard, É. Borel, H. Lebesgue, C. Fabry, J. Drach, C. Maurain, É. Cartan.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. L. Blaringhem, P. Montel.

XVII. Histoire et philosophie des sciences : *Prix Binoux*. — MM. É. Picard, L. Bouvier, É. Borel, M. Caullery, H. Villat, L. de Broglie, C. Pérez.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. G. Bertrand, P. Montel.

XVIII. Ouvrages de sciences : *Prix Henri de Parville*. — MM. H. Vincent, E. Esclangon; É. Picard, A. Lacroix, et trois membres élus : MM. É. Borel, M. Caullery, M. de Broglie.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. C. Fabry, G. Bertrand, A. de Gramont.

XIX. *Médailles Arago, Lavoisier, Berthelot, Henri Poincaré*. — MM. H. Vincent, E. Esclangon; É. Picard, A. Lacroix.

XX. *Prix Gustave Roux, Thorlet, fondations Trémont, Gegner, Hirn, Henri Becquerel, Mme Victor Noury, Charles Frémont, Giffard, Lannelongue, Barbier-Muret, Cassé-Fleury, Gibou, Alexandre Darracq, Girbal-Baral, Leroy-Drouault, Octave Mirbeau*. — MM. H. Vincent, E. Esclangon; É. Picard, A. Lacroix; R. Bourgeois, L. Bouvier.

XXI. *Prix fondé par l'État* (Grand prix des sciences physiques). — MM. A. Lacroix, P.-A. Dangeard, M. Caullery, L. Blaringhem, R. Fosse, A. Guilliermond, C. Pérez.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. G. Bertrand, M. Molliard.

XXII. *Prix Bordin* (Sciences mathématiques). — MM. É. Picard, J. Hadamard, É. Borel, H. Lebesgue, É. Cartan, H. Villat, P. Montel.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. J. Drach, G. Julia.

XXIII. *Prix Lallemand*. — MM. L. Bouvier, P. Marchal, H. Vincent, M. Caullery, L. Lapicque, A. Gosset, C. Pérez.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. P. Portier, P. Wintrebert.

XXIV. *Prix Serres*. — MM. L. Bouvier, P. Marchal, E. Leclainche, H. Vincent, M. Caullery, C. Achard, L. Lapicque, C. Pérez, P. Portier.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. A. Gosset, É. Roubaud.

XXV. *Prix Petit d'Ormoy* (Sciences mathématiques pures ou appliquées). — MM. É. Picard, J. Hadamard, É. Borel, H. Lebesgue, J. Drach, É. Cartan, P. Montel.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. H. Villat, L. de Broglie.

XXVI. *Prix Petit d'Ormoy* (Sciences naturelles). — MM. L. Bouvier, A. Lacroix, P.-A. Dangeard, M. Molliard, M. Caullery, L. Lapicque, C. Pérez.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. P. Marchal, P. Wintrebert.

XXVII. *Prix Jean Reynaud.* — MM. É. Picard, L. Bouvier, A. Lacroix, É. Borel, M. Molliard, J. Perrin, C. Pérez.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. G. Bertrand, A. de Gramont.

XXVIII. *Prix du Baron de Joest.* — MM. A. Lacroix, H. Vincent, M. Caullery, C. Achard, A. Gosset, C. Pérez, C. Mauguin.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. G. Bertrand, M. Molliard.

XXIX. *Prix Saintour* (Sciences mathématiques). — MM. É. Picard, É. Borel, H. Lebesgue, A. Cotton, C. Fabry, C. Maurain, É. Cartan.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. H. Villat, L. de Broglie.

XXX. *Prix Lonchampt.* — MM. A. Lacroix, E. Leclainche, G. Bertrand, M. Caullery, M. Delépine, G. Moussu, M. Javillier.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. C. Achard, C. Pérez.

XXXI. *Prix Henry Wilde.* — MM. É. Picard, H. Deslandres, A. Lacroix, É. Borel, G. Bertrand, J. Perrin, E. Esclangon.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. C. Fabry, C. Jacob.

XXXII. *Prix Caméré.* — MM. É. Picard, L. Guillet, J. Drach, É. Jouguet, H. Villat, A. Caquot, É.-G. Barrillon.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. R. Bourgeois, G. Claude.

XXXIII. *Prix Marquet* (Sciences physiques). — MM. A. Lacroix, P.-A. Dangeard, G. Bertrand, M. Caullery, R. Fosse, C. Jacob, C. Pérez.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. L. Bouvier, M. Javillier.

XXXIV. *Prix Général Muteau* (Sciences physiques). — MM. A. Lacroix, H Vincent, G. Bertrand, M. Caullery, M. Delépine, C. Jacob, C. Pérez.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. L. Bouvier, M. Javillier.

XXXV. *Prix Alexandre Darracq.* — MM. É. Picard, G. Claude, M. Delépine, É. Jouguet, A. Caquot, G. Durand-Viel, R. Esnault-Pelterie,

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. H. Villat, É.-G. Barrillon.

XXXVI. *Prix Laura Mounier de Saridakis.* — MM. H. Vincent, G. Bertrand, C. Achard, A. Gosset, C. Pérez, P. Portier, M. Javillier.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. A. Lacroix, M. Tiffeneau.

XXXVII. *Fondation Aimé Berthé* (Sciences physiques). — MM. A. Lacroix, H. Vincent, L. Guillet, M. Caullery, M. Delépine, C. Jacob, C. Pérez.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. G. Bertrand, M. Javillier.

XXXVIII. *Fondation Le Chatelier.* — MM. É. Picard, A. Lacroix; G. Charpy, L. Lumière, G. Claude, L. Guillet, R. Esnault-Pelterie, N....

XXXIX. *Fondation Millet-Ronssin.* — MM. A. Lacroix; L. Cayeux, C. Jacob; P.-A. Dangeard, A. Guilliermond; P. Marchal, C. Pérez.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. C. Mauguin, M. Molliard, L. Bouvier.

XL. Recherches scientifiques : *Fondations Villemot, Carrière.* — MM. H. Vincent, E. Esclangon; É. Picard, A. Lacroix, et douze membres qui seront élus ultérieurement.

CORRESPONDANCE.

TOPOLOGIE. — *Points invariants et structure des continus.* Note de M. Gustave Choquet, présentée par M. Élie Cartan.

On étudie les points invariants des continus plans C transformés sur eux-mêmes par une transformation T univoque et continue.

Homéomorphie T d'un cercle en lui-même. — Théorème. — *Tout ensemble fermé plan différent d'un sous-ensemble d'un arc simple de Jordan détermine une orientation du plan. Donc les points invariants d'un cercle dans une homéomorphie* T *d'indice* (— 1) *sont un sous-ensemble d'un arc simple ayant deux points sur la circonférence; un tel ensemble fermé étant arbitrairement fixé, on peut construire une homéomorphie* T *correspondante.*

Théorème. — *Les points invariants d'un cercle dans une homéomorphie* T *d'indice* (+ 1) *forment un ensemble fermé quelconque non vide. Cet ensemble étant donné à l'avance, on peut construire effectivement* T.

Continu quelconque C. — Soit une homéomorphie T_n telle que $T_n^{(n)} = 1$ et

qui transforme C en lui-même; T_n étant prolongeable à tout le plan (par exemple $C \equiv H$) [1].

THÉORÈME. — *Si* $n \neq 2$, *on peut prolonger* T_n *à l'intérieur d'un cercle contenant* C, *sans introduire de nouveaux points invariants. Donc* C *est homéomorphe à un continu ayant un centre de répétition d'ordre* (n). *Il y a au plus un point invariant; ce point existe quand* C *ne divise pas le plan. Si* $n = 2$, *les mêmes faits se produisent, sinon* T_n *est la transformée d'une symétrie par rapport à un axe; donc les points invariants sont sur un arc simple; si* C *ne divise pas le plan, ils forment un arc d'extrémités accessibles.*

Si T_n n'est pas prolongeable à tout le plan, l'ensemble invariant peut être un continu quelconque. Le théorème suivant est probable :

Si C *ne divise pas le plan, les points invariants de* T_n *forment un continu; celui-ci se réduit à un point si* C *est indécomposable.*

HOMÉOMORPHIES GÉNÉRALES. — La question de trouver les homéomorphies T ($T \neq I$) qui transforment en lui-même un continu C dépend de la structure de C; T n'existe pas toujours. En effet nous avons construit un continu C_0 dont deux sous-continus, quels qu'ils soient, ne peuvent être rendus homéomorphes. Signalons que tout sous-continu de C_0 divise le plan.

Cas des continus jordaniens ne divisant pas le plan : On peut étudier à fond la structure de T. Supposons pour l'exposition que C n'ait aucun point intérieur. Soit γ le sous-continu formé par la somme des arcs simples joignant deux à deux les points invariants. *Tous les points extrêmes de* γ *et ses points de ramification sont invariants.* Ceci caractérise γ. L'ensemble C-γ se compose alors d'arborescences se correspondant deux à deux par homéomorphie, chaque couple rencontrant γ en un point invariant ou respectivement en deux points homologues.

CAS GÉNÉRAL. — T *est une transformation continue univoque.* — Il est peu probable qu'à tout continu C corresponde au moins une transformation $T \neq I$ pour laquelle $T(C) \neq 1$ seul point. Aussi prendrons-nous T et C donnés à priori.

Supposons que C *ne divise pas le plan* et aussi, pour simplifier les énoncés, que C n'ait pas de points intérieurs. *Y a-t-il toujours un point de* C *invariant?* On est vite ramené à démontrer ce théorème pour un continu C tel que $T(c) \equiv C$, la même égalité étant fausse pour tout vrai sous-continu de C non réduit à un point.

Cette méthode nous a permis de démontrer l'existence de points invariants

---

[1] Pour la définition des continus H, voir *Comptes rendus*, **210**, 1940, p. 129.

lorsque C ne contient aucun sous-continu indécomposable et que les continus d'accumulation de C sont jordaniens.

On retrouve ainsi le théorème [2] de M. Lefschetz si C est jordanien. Pour aborder le cas général, nous faisons une étude de la structure des continus, *étude qui nous permettra en outre de classer les continus et de trouver les raisons pour lesquelles une homéomorphie T n'est pas en général prolongeable à tout le plan.*

Contours. — Un continu C est défini par une suite de contours d'approximation L_n. Le domaine D_n intérieur à un L_n est une arborescence qu'on peut décomposer en cellules par de *petits* arcs joignant des points de L_n. D_n est donc la somme *de petites cellules dont les relations d'incidence entre elles sont celles des sommets d'un réseau ne divisant pas le plan.* On peut prendre toute cellule de L_n intérieure à une même cellule de $L_{(n-1)}$; on obtient ainsi une seconde série de relations d'incidence entre les cellules de L_{n-1} et L_n.

Ces deux séries suffisent à déterminer C à une homéomorphie près.

Applications immédiates. — 1° Il y a un seul continu irréductible entre deux points de C. Si C divisait le plan, il pourrait y en avoir deux au plus entre deux points, etc.;

2° Les seuls points *extrêmes* d'un continu irréductible entre deux points A et B sont au plus A et B;

3° Pour que C soit irréductible entre A et B, il faut et il suffit que la suite linéaire des cellules de D_n reliant A et B ait un écart avec D_n qui tende vers O avec $1/n$.

Incidemment la méthode des domaines d'approximation appliquée à l'espace donne quelques ensembles curieux. Exemple *les ensembles fermés* F *et* G.

α. Tout continu maximum de F est un segment de longeur 1 et F est la somme de ces segments. F est coupé par tout plan qui coupe une sphère fixe, suivant un ensemble contenant au moins l'un de ces segments;

β. G est un continu de l'espace dont aucun sous-continu n'est homéomorphe à un continu plan.

Classification des continus. — Si l'on peut trouver les contours L_n de C tels que les relations d'incidence entre les cellules de D_n soient celles d'un réseau ayant au plus p_0 points de ramification (p_0 fixe), on pourra aussi faire en sorte que le réseau ait un type fixe.

---

[2] *Annals of Math.*, 38, IV, 1937, p. 819.

On dit alors que C est de type fini. Sinon il est de type infini. Si le type du réseau est celui d'un segment, C a le type linéaire par définition.

Théorème. — 1° *Tout sous-continu d'un continu de type fini est de type fini.*

2° *Le seul continu* H (¹) *de type linéaire est l'arc de Jordan.*

Ceci montre qu'aucun des continus indécomposables ou absolument indécomposables de M. Knaster (³) n'est un continu H.

3° *Étant donné un point* M *d'un continu linéaire* C, *il existe un continu homéomorphe* C' *sur lequel* M' *est accessible.*

4° *Aucun continu linéaire n'est transformable en lui-même par une homéomorphie* T_n *pour* $n \neq 2$.

Nous avons pu, à chaque continu de M. Knaster, faire correspondre un continu H jouissant des mêmes propriétés d'indécomposabilité. Ces continus ont le type de la figure formée par 3 segments concourants. Ils comprennent le plus simple des continus H indécomposables.

Théorème. — *Le théorème du point invariant est vrai pour les continus de type linéaire* (donc pour tous les continus courants).

Il est vrai aussi pour les transformations $T_{(n)}$ *appliquées à des continus dont aucun sous-continu n'est indécomposable.*

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la représentation conforme des domaines limités intérieurement par des segments rectilignes et arcs circulaires.* Note de M. **Serge Vladimirsky**, présentée par M. Henri Villat.

Nous nous proposons de généraliser la solution de J. Hodgkinson et E. Poole (¹) du problème de la représentation conforme de domaines à deux frontières intérieures en forme de segments rectilignes ou arcs circulaires, en l'étendant aux cas où leur nombre est arbitraire.

Nous étudions consécutivement la représentation conforme sur le plan z, avec fentes rectilignes disposées le long de l'axe réel, des trois domaines de la variable w, dont les n frontières intérieures sont : 1° des segments rectilignes concourants, 2° des arcs circulaires concentriques, et 3° des segments rectilignes parallèles. Ce problème n'est pas toujours possible, mais, en supposant que la solution existe, elle sera unique.

Désignons par e_1, e_2, ..., e_{2n} les abscisses des extrémités des segments

(³) *Fundamenta*, 3, 1922, p. 246.

(¹) *Proceedings of the London Math. Society*, 1923, Ser. 2, 23, p. 396-422.

dans le plan z et considérons la dérivée logarithmique $W = d(\log w)/dz$. En général, les extrémités des segments et des arcs ne se correspondant pas dans le voisinage des points $z = e_k (k = 1, 2, \ldots, 2_n)$, W se comporte comme $(z - e_k)^{-\frac{1}{2}}$ et l'on en déduit que W est une fonction uniforme de z et de $u = \sqrt{A(z-e_1)(z-e_2)\ldots(z-e_{2n})}$, $W = W(z, u)$, sur une surface de Riemann à deux feuillets réunis le long des fentes, et les points $e_1, e_2, \ldots, e_{2n}$ sont des points de ramification d'ordre un. De la définition d'une surface de Riemann à deux feuillets on conclut que $W(z, u)$ étant déterminée, par exemple, dans le feuillet supérieur, ne peut être prolongée analytiquement que dans le feuillet inférieur, et de telle sorte que les deux demi-feuillets faisant suite ne soient pas superposés. En plus, le long des segments $W(z, u)$ prend des valeurs réelles et, par suite, ses pôles sont disposés d'une façon symétrique par rapport à l'axe réel et se trouvent dans les feuillets différents.

1° et 2° : *Segments concourants et Arcs circulaires concentriques.* — Considérons tout d'abord le premier cas. La fonction $W(z, u)$ possède quatre pôles simples dont deux, correspondant au zéro $O(a', b')$ et à l'infini $I(a, b)$ de $w(z, u)$ avec les résidus respectifs $+1$ et -1, se trouvent dans le feuillet supérieur et deux autres, $\overline{O}(\alpha', \beta')$ et $\overline{I}(\alpha, \beta)$ images symétriques des premiers, situés dans le feuillet inférieur. Par conséquent, l'intégrale

$$\int_{(z_0, u_0)}^{(z, u)} W(z, u) = \log w,$$

dont la limite supérieure est un point variable et la limite inférieure un point ordinaire fixe de la surface (z, u), possède quatre points logarithmiques. Partout ailleurs la fonction $\log w$ est régulière. Ce sont là, précisément, les propriétés des intégrales abéliennes de troisième espèce. En adoptant la notation de P. Appell et E. Goursat [2], la différence

$$\log w - \Pi_{(a, b)}^{(a' b')}(z, u) - \Pi_{(\alpha, \beta)}^{(\alpha', \beta')}(z, u)$$

n'admet pas de points singuliers; c'est donc une intégrale de première espèce qui, d'ailleurs, se réduit à une constante, car le coefficient de i doit être constant lorsque (z, u) décrit les segments de l'axe réel.

On obtient ainsi la fonction à multiplicateurs constants

$$(1) \qquad w = c e^{\Pi_{(a, b)}^{(a', b')}(z, u) \pm \Pi_{(\alpha, \beta)}^{(\alpha', \beta')}(z, u)}, \ldots.$$

(2) *Théorie des fonctions algébriques*, Paris, 1895.

Le signe (—) correspond aux arcs concentriques, car dans ce cas les points conjugués sont O et $\bar{I}$ avec le résidu $+1$ et I et $\bar{O}$ avec le résidu -1.

Rendons le domaine (z, u) simplement connexe en pratiquant les coupures a_k et $b_k (k=1, 2, \ldots, n-1)$. Tous les multiplicateurs relatifs aux coupures a_k se réduisent à l'unité, et ceux relatifs aux coupures b_k sont donnés par $e^{\mathcal{B}_k \pm \mathcal{B}'_k}$ $(k=1, 2, \ldots, n-1)$, $\mathcal{B}$ désignant les périodes des intégrales figurant dans l'exponentielle de (1). Or, en désignant par α_k et h_k l'angle entre les segments et le rapport de rayons des arcs d'indices k et n, on trouve

$$\mathcal{B}_k + \mathcal{B}'_k = 2\alpha_k i \qquad \text{et} \qquad \mathcal{B}_k - \mathcal{B}'_k = 2\log h_k \qquad (k=1, 2, \ldots, n-1).$$

3° *Segments parallèles.* — En supposant que ceux-ci sont parallèles à l'axe réel, la dérivée dw/dz est réelle le long des segments. Par suite, les deux pôles simples de $w(z, u)$: $I(a, b)$ du feuillet supérieur et $\bar{I}(\alpha, \beta)$ du feuillet inférieur sont symétriques. En désignant leurs résidus par $A+Bi$ et $A-Bi$, on peut écrire

$$w = (A+Bi)Z(z, u; ab) + (A-Bi)Z(z, u; \alpha, \beta) + C \ldots,$$

où Z désigne l'intégrale normale de seconde espèce.

Les périodes par rapport aux coupures a_k de ces intégrales étant nulles, $w(z, u)$ reprend sa valeur initiale lorsque (z, u) décrit des circuits complets qui entourent les segments. Au contraire, si le point (z, u) franchit les coupures, les intégrales Z augmentent des périodes B_k et B'_k et l'on trouve

$$(A+Bi)B_k + (A-Bi)B'_k = 2h_k i \qquad (k=1, 2, \ldots, n-1),$$

où h_k est la distance entre les segments correspondant aux indices k et n.

En supposant que le nombre des segments ou des arcs soit n, la configuration du plan w dépend de $3n$ paramètres et les formules (1), (2) en contiennent $2n+4$. Par conséquent, si $n \leq 4$ la position et la grandeur des segments ou des arcs peuvent être quelconques, mais si $n > 4$ les $3n$ paramètres sont liés par $n-4$ relations complémentaires et, par suite, la configuration du plan w ne peut plus être choisie arbitrairement. Pour certaines valeurs de n et pour certaines dispositions des segments et des arcs, les formules (1), (2) s'expriment en fonctions elliptiques. Ainsi, par exemple, pour $n=2$ on obtient les formules données par les auteurs cités au début. Pour $n=3$ ou $n=4$ la représentation conforme s'effectue, dans certains cas spéciaux, sur un rectangle elliptique à deux feuillets superposés réunis

par des lignes de passage correspondant respectivement à l'un des trois ou à deux des quatre segments ou arcs. Enfin le passage à la limite, pour $n \to \infty$, résout le problème des persiennes d'une ou de plusieurs rangées, disposées en file ou en couronne.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Exemple d'une fonction méromorphe ayant des valeurs déficientes non asymptotiques*. Note de Mme **Laurent Schwartz**, présentée par M. Paul Montel.

Soit

$$f(z)=\prod_{n=1}^{n=\infty}\left(\frac{1+\dfrac{z}{4^n}}{1-\dfrac{z}{4^n}}\right)^{(-2)^n}.$$

Posons

$$z=4^{\nu}u, \qquad 1\leq |u|<4.$$

$$f(z)=\left[\prod_{p=0}^{p=\infty}\left(\frac{1+4^{p}u}{1-4^{p}u}\right)^{\frac{1}{(-2)^p}}\cdot\prod_{p=1}^{p=\infty}\left(\frac{1+\dfrac{u}{4^p}}{1-\dfrac{u}{4^p}}\right)^{(-2)^p}\right]^{(-2)^{\nu}}\left[\prod_{p=\nu}^{p=\infty}\left(\frac{1+\dfrac{1}{4^p u}}{1+\dfrac{1}{4^p u}}\right)^{\frac{1}{(-2)^{p-\nu}}}\right];$$

$$f(z)=|g(u)|^{(-2)^{\nu}}|1+\varepsilon(z)|, \qquad |\varepsilon(z)|<\frac{k}{4^{\nu}}, \qquad g(4z)=\frac{1}{g^2(z)}.$$

Remarquons que $g(z)$ ne change pas de détermination tant que $|z|>1,4$.

I. *Zéro et l'infini ne sont pas des valeurs asymptotiques pour $f(z)$.* — Considérons en effet l'ensemble Γ des courbes du plan des z où $|g(z)|=1$. Il ne dépend pas de la détermination de $g(z)$; il se conserve par les symétries par rapport aux axes et les homothéties de centre o et de rapports $4^{\pm n}$; il comprend l'axe des y et un nombre fini d'arcs analytiques dans la couronne $C_1 [1\leq |z|<4]$ et dans chacune des couronnes C_n homothétiques; il n'a ni point d'arrêt, ni ensemble asymptote en dehors des points $z=0$ et $z=\infty$. La dérivée $g'(z)/g(z)$, réelle sur Oy, s'y annule en un point A de C_1, car elle a des signes opposés aux points $z=i$ et $z=4i$. De A part une branche γ de Γ non tangente à Oy. *a*. γ ne peut pas, avant d'avoir rencontré Ox, déterminer soit seul, soit avec Oy, un domaine fermé, car $g(z)$ y serait holomorphe et sans zéro, alors que sur le contour on aurait $|g(z)|=1$. *b*. γ ne peut, sans rencontrer Ox, tendre vers l'origine ou vers l'infini, car, traversant une infinité de couronnes C_n, elle comprendrait au moins deux arcs homothétiques, et l'on en déduirait par homo-

thétie l'existence d'un arc de γ aboutissant à Oy en un point distinct de A, ce qui, nous l'avons vu, est impossible. Donc γ coupe Ox en un point d'abscisse finie non nulle. Il en résulte, par symétries et homothéties, une famille de courbes fermées γ_n qui tendent uniformément vers l'infini, sur lesquelles $|g(z)|=1$ et, pour n assez grand, $0<1-\varepsilon<|f(z)|<1+\varepsilon$. Ceci implique l'absence de chemins de détermination zéro ou l'infini.

II. *Zéro et l'infini sont des valeurs déficientes.* — Soit $r=4^\nu\rho$, $1\leqq\rho<4$.

$$N(r,0)=N(r,\infty)=\sum_{p=0}^{p=\nu-1}2^{\nu-p}\,\mathrm{Log}\,4^p\rho=(2^{\nu+1}-1)\,\mathrm{Log}\,\rho+\left[\sum_{p=0}^{p=\infty}\frac{p}{2^p}-\sum_{p=\nu}^{p=\infty}\frac{p}{2^p}\right]2^\nu\,\mathrm{Log}\,4$$

$$=2.2^\nu\,\mathrm{Log}\,4\rho\,[1-\eta_1(r)]\qquad\left[|\eta_1(r)|<\frac{k_1\nu}{2^\nu}\right],$$

$$N_1(r,0)=N_1(r,\infty)=N(r,0)-\sum_{p=1}^{p=\nu}\mathrm{Log}\,4^p\rho=N(r,0)\,[1-\eta_2(r)]\qquad\left[|\eta_2(r)|<\frac{k_2\nu^2}{2^\nu}\right],$$

$$m(r,0)=m(r,\infty)=\frac{1}{4\pi}\int_0^{2\pi}\big|\mathrm{Log}\,|\rho(re^{i\theta})|\big|\,d\theta=2^\nu\mu(\rho)\,[1+\eta_3(r)],$$

avec

$$\mu(\rho)=\frac{1}{4\pi}\int_0^{2\pi}\big|\mathrm{Log}\,|g(\rho e^{i\theta})|\big|\,d\theta.$$

On a

$$\Big|\big|\mathrm{Log}\,|f(z)|\big|-\big|(-2)^\nu\,\mathrm{Log}\,|g(z)|\big|\Big|$$

$$\leqq\big|\mathrm{Log}\,|f(z)|-(-2)^\nu\,\mathrm{Log}\,|g(z)|\big|=\big|\mathrm{Log}\,|1-\varepsilon(z)|\big|<\frac{k}{4^\nu},$$

donc

$$\eta_3(r)<\frac{k_3}{2^\nu}.$$

$$\frac{m(r,0)}{T(r)}=\frac{m(r,\infty)}{T(r)}=\frac{\mu(\rho)}{2\,\mathrm{Log}\,4\rho+\mu(\rho)}\,[1-\eta(r)]\qquad\left[\eta(r)<\frac{k\nu}{2^\nu}\right].$$

Les valeurs limites de ces rapports sont les valeurs prises pour $1\leqq\rho<4$ par $\mu(\rho)/2\,\mathrm{Log}\,4\rho+\mu(\rho)$. Elles forment un intervalle α, β ($\beta<1$).

$\alpha>0$. — En effet, pour que $\mu(\rho)$ s'annule, il faudrait que $|g(z)|\equiv 1$ sur un cercle par rapport auquel le pôle simple $z=1$ et le zéro double $z=4$ devraient, d'après le principe de symétrie de Schwarz, avoir pour inverses un zéro simple et un pôle double, ce qui est impossible. Donc

$$\delta(\sigma)=\delta(\infty)=\alpha>0.$$

III. *Montrons que* $\alpha\neq\beta$. — Prolongeons dans l'intervalle $4\leqq\rho<16$, $\mu(\rho)$ par la même intégrale et $\mathrm{Log}\,4\rho$ par $2\,\mathrm{Log}\,4(\rho/4)$. Les deux fonctions

doublent en passant de ρ à 4ρ, si elles étaient proportionnelles entre 1 et 4 elles le seraient entre 1 et 16; or, on vérifie immédiatement que, pour $\rho=4$, leurs dérivées ont des discontinuités de signes opposés. Les rapports oscillent donc, d'où il résulte que l'on a à la fois

$$\frac{m(r,0)}{T(r)}+\frac{N_1(r,0)}{T(r)}=1-\eta_4(r)\to 1, \qquad |\eta_4(r)|<k_4\frac{\operatorname{Log}^2 r}{\sqrt{r}},$$

et

$$\delta(0)+\vartheta(0)=1-(\beta-\alpha)<1.$$

Conclusion. — Nous avons précédemment vu (¹) que A n'est pas une valeur déficiente si le nombre de déterminations de la fonction inverse qui s'échangent dans un voisinage fixe de A est borné. Nous venons de voir que, si cette condition n'est pas réalisée, A peut être valeur déficiente sans être nécessairement valeur asymptotique.

MÉCANIQUE ONDULATOIRE. — *Densité-flux et densité d'énergie dans la théorie du corpuscule de spin* 2. Note (¹) de Mme **Marie-Antoinette Tonnelat**, présentée par M. Louis de Broglie.

Les notations sont celles de nos deux Notes précédentes (²).

1. *Quadrivecteur densité-flux.* — Nous définirons un quadrivecteur d'espace-temps densité-flux en posant

$$\rho=\frac{1}{4}\sum_{iklm}\Phi^*_{iklm}(B_4\mathfrak{B}_4A_4+\mathfrak{B}_4A_4\mathfrak{A}_4+A_4\mathfrak{A}_4B_4+\mathfrak{A}_4B_4\mathfrak{B}_4)\Phi_{iklm} \quad (^1),$$

$$\rho\vec{u}=-\frac{c}{4}\sum_{iklm}\Phi^*_{iklm}(B_4\mathfrak{B}_4A_4\vec{\mathfrak{A}}+\mathfrak{B}_4A_4\mathfrak{A}_4\vec{B}+A_4\mathfrak{A}_4B_4\vec{\mathfrak{B}}+\mathfrak{A}_4B_4\mathfrak{B}_4\vec{A})\Phi_{iklm}.$$

On vérifie facilement que ces expressions satisfont à l'équation de continuité. Dans le cas particulier de l'onde plane, le calcul de ρ en fonction des Φ_{iklm}, puis des c_{ij}, conduit au résultat suivant :

$$\rho=\left(1-\frac{p^4}{\Delta^4}\right)\left(1-\frac{p^2}{\Delta^2}\right)^2\sum_{ij}|c_{ij}|^2=16\frac{\mu_0^3c^2}{\Delta^4}W\sum_{ij}|c_{ij}|^2,$$

(¹) *Comptes rendus*, 210, 1940, p. 525.

(¹) Séance du 3 mars 1941.

(²) M.-A. Tonnelat, *Comptes rendus*, 212, 1941, p. 187; 212, 1941, p. 263.

et comme on a d'autre part

$$\sum_{iklm} |\Phi_{iklm}|^2 = \left(1 + \frac{p^2}{\Delta^2}\right)^4 \sum_{ij} |c_{ij}|^2;$$

il en résulte

$$\rho = \left(1 - \frac{p^2}{\Delta^2}\right)^3 \Big| \left(1 + \frac{p^2}{\Delta^2}\right)^3 |\Phi_{iklm}|^2 = \left(\frac{\mu_0 c^2}{W}\right)^3 |\Phi_{iklm}|^2,$$

le facteur de contraction de Lorentz intervenant à la puissance 3 dans le cas de la fusion de 4 corpuscules. On trouve également

$$\rho u_x = \rho u_y = 0, \qquad \rho u_z = 2\frac{pc}{\Delta}\left(1 - \frac{p^2}{\Delta^2}\right)^3 \sum_{ij} |c_{ij}|^2 = 16\,\frac{\mu_0^3 c^4}{\Delta^4} p \sum_{ij} |c_{ij}|^2.$$

Comme dans la théorie à 16 composantes, la densité ρ, du signe de W, n'est pas forcément définie positive.

La théorie utilise des opérateurs linéaires et hermitiques de la forme

$$F = \mathcal{F}^{(a)} + F^{(b)} + \mathcal{F}^{(b)} + F^{(a)}$$

se rapportant à des opérateurs $\mathfrak{A}$, B, $\mathfrak{B}$ et A qui agissent sur les différents indices. Les valeurs propres et les fonctions propres de F sont f_n et φ_n $\left(\Phi = \sum_n c_n \varphi_n\right)$. Les φ_n et Φ étant normés d'après l'expression (1) de ρ, la valeur moyenne $\overline{F} = \sum_n |c_n|^2 f_n$ de la grandeur F pourra s'écrire aussi

$$\overline{F} = \frac{1}{4}\int \sum_{iklm} \Phi^*_{iklm} B_4 \mathfrak{B}_4 A_4 \mathcal{F}^{(a)} + \mathfrak{B}_4 A_4 \mathfrak{A}_4 F^{(b)} + A_4 \mathfrak{A}_4 B_4 \mathcal{F}^{(b)} + \mathfrak{A}_4 B_4 \mathfrak{B}_4 F^{(a)} \Phi_{iklm}.$$

2. *Tenseur énergie-impulsion.* — La composante $T_{\alpha\beta}$ sera définie comme il suit :

$$T_{\alpha\beta} = T_{\beta\alpha} = \frac{hc}{4\pi i}\,\frac{1}{4}\,[\Phi^* B_4 \mathfrak{B}_4 A_4 \mathfrak{A}_\alpha + \mathfrak{B}_4 A_4 \mathfrak{A}_4 B_\alpha + A_4 \mathfrak{A}_4 B_4 \mathfrak{B}_\alpha + \mathfrak{A}_4 B_4 \mathfrak{B}_4 A_\alpha . \partial_\beta \Phi$$
$$- \partial_\beta \Phi^* . B_4 \mathfrak{B}_4 A_4 \mathfrak{A}_\alpha + \mathfrak{B}_4 A_4 \mathfrak{A}_4 B_\alpha + A_4 \mathfrak{A}_4 B_4 \mathfrak{B}_\alpha + \mathfrak{A}_4 B_4 \mathfrak{B}_4 A_\alpha) \Phi]$$
$$\left(\alpha, \beta = 0, 1, 2, 3;\ \partial_0 = \frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\right).$$

Nous obtiendrons en particulier

$$T_{00} = \frac{hc}{4\pi i}\,\frac{1}{4}\,[\Phi^* B_4 \mathfrak{B}_4 A_4 + \mathfrak{B}_4 A_4 \mathfrak{A}_4 + A_4 \mathfrak{A}_4 B_4 + \mathfrak{A}_4 B_4 \mathfrak{B}_4 . \partial_0 \Phi$$
$$- \partial_0 \Phi^* . B_4 \mathfrak{B}_4 A_4 + \mathfrak{B}_4 A_4 \mathfrak{A}_4 + A_4 \mathfrak{A}_4 B_4 + \mathfrak{A}_4 B_4 \mathfrak{B}_4 \Phi],$$

ce qui donne, dans le cas de l'onde plane,

$$T_{00} = \rho W,$$

expression positive, même dans le cas d'une onde à énergie négative.

3. *Tenseur de Maxwell.* — Le tenseur électromagnétique $M_{\alpha\beta}$ aura la définition suivante :

$$M_{\alpha\beta} = \frac{\mu_0 c^2}{12} \Phi^* [(\mathcal{A}_\alpha B_\beta + \mathcal{A}_\beta B_\alpha)\mathcal{B}_4 A_4 + (\mathcal{A}_\alpha \mathcal{B}_\beta + \mathcal{A}_\beta \mathcal{B}_\alpha) A_4 B_4$$
$$+ (\mathcal{A}_\alpha A_\beta + \mathcal{A}_\beta A_\alpha) B_4 \mathcal{B}_4 + (\mathcal{B}_\alpha B_\beta + \mathcal{B}_\beta B_\alpha) A_4 \mathcal{A}_4$$
$$+ (A_\alpha B_\beta + A_\beta B_\alpha) \mathcal{A}_4 \mathcal{B}_4 + (\mathcal{B}_\alpha A_\beta + \mathcal{B}_\beta A_\alpha) \mathcal{A}_4 B_4] \Phi.$$

La composante M_{00} s'écrit alors

$$M_{00} = \frac{\mu_0 c^2}{6} \Phi^* \mathcal{B}_4 A_4 + A_4 B_4 + B_4 \mathcal{B}_4 + A_4 \mathcal{A}_4 + \mathcal{A}_4 \mathcal{B}_4 + \mathcal{A}_4 B_4 \Phi.$$

Dans le cas de la particule de spin 1, $M_{00} = \mu_0 c^2 \Phi^* \Phi$ est forcément positif [3]. Il n'en est rien ici : étant donnés les $\mathcal{A}_4$, A_4, $\mathcal{B}_4$ et B_4, on voit facilement que cette expression se ramène à la différence de deux termes positifs et n'est pas définie positive. Toutefois, dans le cas de l'onde plane, on obtient après calcul

$$M_{00} = \mu_0 c^2 \left(1 - \frac{p^4}{\Delta^4}\right)^2 \sum_{ij} |c_{ij}|^2 = 16 \frac{\mu_0^3 c^2}{\Delta^4} W^2 \sum_{ij} |c_{ij}|^2 = \rho W = T_{00}.$$

Comme il était à prévoir, M_{00} coïncide avec T_{00} pour une onde monochromatique et, dans ce cas, est essentiellement positif. En se bornant au champ électromagnétique maxwellien on obtient alors l'analogue des expressions connues

$$M_{00} = |\vec{E}|^2 + |\vec{H}|^2 \quad \text{si} \quad \mu_0 \to 0.$$

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Sur la contraction d'un jet issu d'un orifice en mince paroi.* Note de M. **Guy Littaye**, présentée par M. Henri Villat.

Lorsqu'une veine liquide jaillit d'un orifice circulaire de diamètre d_0 percé en mince paroi, le diamètre du jet diminue rapidement à partir de l'orifice pour atteindre, à une faible distance de celui-ci, une valeur

(3) L. de Broglie, *Une nouvelle théorie de la lumière*, p. 189.

limite d. La valeur du rapport $K = d/d_0$ est voisine de 0,88 pour des orifices de grand diamètre. Le phénomène est attribué à la convergence des lignes de courant vers l'orifice, en amont de ce dernier. Vautier [1] a observé que la forme des lignes de courant à l'amont d'un orifice en mince paroi, de diamètre $5^{mm},76$, est profondément modifiée lorsque s'accroît la viscosité du liquide. Il en a déduit que le diamètre du jet doit être plus élevé pour un liquide visqueux, ce qu'il a vérifié en photographiant le jet d'une solution de glucose (viscosité 7 C.G.S.).

En réalité, à la contraction due à la convergence des lignes de courant doit se superposer une dilatation due à la tension superficielle A du liquide. A intervient de deux façons. D'abord, comme l'a noté Christiansen [2], la pression à l'intérieur du jet dépasse la pression extérieure de $2A/d$. Ceci n'est d'ailleurs valable que dans la partie cylindrique de la veine. En réalité, au voisinage de l'orifice, cet excès de pression doit être pris égal à $A(1/R_1 + 1/R_2)$, R_1 et R_2 désignant les rayons de courbure de la surface du jet. Le premier est positif et supérieur à $d/2$; le deuxième est négatif; par suite la pression augmente à l'intérieur du jet lorsqu'on s'éloigne de l'orifice, ce qui entraîne une diminution de la vitesse. D'autre part, Dupré [3] a noté que la vitesse du jet est inférieure à la valeur que donne la relation de Torricelli, le travail fourni par les forces de pression étant utilisé en partie à accroître la surface du liquide. L'accroissement de la surface libre se produit au delà de l'orifice; il doit entraîner, sitôt qu'on s'éloigne de ce dernier, une diminution de la vitesse du jet. La diminution de la vitesse et l'accroissement corrélatif du diamètre doivent être d'autant plus sensibles que la vitesse initiale est plus faible. Aux vitesses assez grandes, le diamètre de la veine ne dépend plus que de la forme des lignes de courant en amont de l'orifice.

Pour vérifier les prévisions précédentes, nous utilisons des orifices de faible diamètre, percés au moyen d'une mèche triangulaire dans une lame de platine d'épaisseur $0^{mm},3$. L'orifice s'ouvre au fond d'un entonnoir conique qui s'évase vers l'aval. Sa confection est suivie au microscope. Nous ne retenons que les orifices tels que l'angle au sommet du cône soit supérieur à 60°. La paroi a ainsi une épaisseur très faible à l'endroit où

---

(1) *Recherches expérimentales sur la vitesse d'écoulement des liquides par un orifice en mince paroi* (*Thèse de doctorat*, Paris, 1888).

(2) *Ann. d. Physik*, 5, 1901, p. 436.

(3) *Théorie mécanique de la chaleur*, Paris, 1869, p. 376.

s'ouvre l'orifice, de sorte qu'elle ne risque pas de jouer le rôle d'un ajutage cylindrique. Afin d'écarter l'action de la pesanteur, qui augmente rapidement la vitesse d'un jet vertical dirigé vers le bas et donc diminue son diamètre, nous utilisons un jet d'eau horizontal en limitant notre étude à la partie sensiblement rectiligne. Le diamètre du jet est mesuré au moyen d'un microscope. Ce dernier peut se déplacer parallèlement au jet, ce qui permet d'effectuer plusieurs déterminations à diverses distances de l'orifice. La valeur de la vitesse du jet est déduite d'une mesure de débit effectuée par pesée.

Lorsque la vitesse du jet augmente, la valeur obtenue pour K diminue et tend vers une limite K′, ainsi que le montre l'exemple suivant :

$d_0 = 0^{mm},192$	vitesse en m:s	1,15	1,65	2,4	3,2	4,3	5,6	6,8
	nombre de Reynolds...	360	450	600	720	840	1120	1310
	K	1,28	1,19	1,13	1,08	1,04	1,02	1,01

La valeur de la limite K′ décroît lorsque croît le diamètre de l'orifice; la valeur 0,80 est atteinte dès un diamètre de 1^{mm} :

d_0 en millimètres...	0,192	0,327	0,561	0,97	2,03
K′	1,00	0,94	0,84	0,80	0,80

La valeur de la limite K′ est plus élevée pour un liquide visqueux; pour l'orifice de diamètre $2^{mm},03$ et l'huile de vaseline à 14° (viscosité 2,93 C.G.S.), nous obtenons la valeur 0,92 au lieu de 0,80 pour l'eau. Lorsque la valeur de K est supérieure ou peu inférieure à l'unité, la surface du jet se raccorde à la surface de l'entonnoir au fond duquel s'ouvre l'orifice ou même à la surface extérieure de la lame de platine. Les valeurs obtenues pour K sont nettement supérieures à celles indiquées par Hachette (4) pour des orifices de diamètre égal ou supérieur à $0^{mm},55$.

Les résultats obtenus montrent que l'influence de la tension superficielle est prépondérante aux faibles vitesses et pour des orifices de faible diamètre; le diamètre du jet peut même être largement supérieur au

---

(4) *Ann. de Ch. et de Phy.*, **1**, 1816, p. 202 et **3**, 1816, p. 78. L'auteur calcule l'aire de la section du jet en effectuant le quotient du débit par la vitesse; cette dernière est déterminée par la relation de Torricelli, ce qui permet d'expliquer les écarts systématiques signalés ici. Pour un jet d'eau de diamètre 1^{mm}, la correction à faire subir à la charge pour tenir compte des effets signalés par Christiansen et Dupré est de $4^{cm},5$. Elle n'est donc pas négligeable devant les charges utilisées par Hachette, lesquelles sont comprises entre 13 et 90^{cm}.

diamètre de l'orifice. Ces résultats confirment l'influence de la viscosité du liquide sur la contraction du jet; ils montrent qu'une diminution du diamètre de l'orifice a, sur la contraction du jet, le même effet qu'une augmentation de la viscosité du liquide, et donc aussi sur la forme des lignes de courant à l'amont de l'orifice.

SPECTROSCOPIE. — *Étude de la symétrie de l'acide oxalique au moyen des spectres d'absorption infrarouges. Possibilité de l'existence de deux acides oxaliques, cis et trans.* Note de MM. **Clément Duval** et **Jean Lecomte**, présentée par M. Aimé Cotton.

On sait que, si une molécule possède une symétrie élevée (un centre par exemple), les spectres de diffusion et d'absorption infrarouges présentent une alternance, qui disparaît lorsque la symétrie diminue. Sans aller à l'encontre des études avec les rayons X de Hendricks (*Z. Kristall.*, A, 91, 1935, p. 48) ou de Robertson et Woodward (*J. Chem. Soc. London*, 1936, p. 1817), dans lesquelles les deux atomes d'oxygène, fixés sur chaque atome de carbone, n'apparaissent pas équivalents, nous remarquerons que l'on peut écrire la formule de l'*acide oxalique* de deux manières différentes,

$$\begin{matrix}O\\OH\end{matrix}\!\!>C-C\!<\!\!\begin{matrix}O\\OH\end{matrix}\quad\text{(cis)}\qquad \begin{matrix}OH\\O\end{matrix}\!\!>C-C\!<\!\!\begin{matrix}O\\OH\end{matrix}\quad\text{(trans)}.$$

Avec l'acide oxalique ordinaire (à $2H^2O$) en poudre, nous avons retrouvé, entre 650 et 1650 cm^{-1} environ, pour les positions des maxima d'absorption, des nombres voisins de ceux d'une étude antérieure (J. Lecomte et R. Freymann, *Comptes rendus*, 208, 1939, p. 1401),

679 (*f*?), 712 (*a*F), 1117 (*f*), 1194 (*m*), 1375 (*f*), 1492 (TF) cm^{-1}.

D'autre part, les différents auteurs semblent d'accord pour admettre des raies Raman, en moyenne, vers 480 (*m*), 850 (F), 1650 (*f*) cm^{-1}; il semble donc bien qu'il n'y ait aucune concordance entre les spectres d'absorption et de diffusion, ce qui nous fait penser que *l'acide oxalique ordinaire répond principalement à la formule trans*. Pour trouver la *forme cis*, que l'on pouvait prévoir, nous avons étudié systématiquement la déshydratation de l'acide.

Le produit du commerce, sans broyage ou après broyage, a été placé dans une étuve, maintenue à 97° C. Au bout d'un quart d'heure, on

constate déjà des modifications importantes dans le spectre (I). Par rapport à l'acide non déshydraté, il apparaît une nouvelle région d'absorption, très fortement marquée, vers 1090 cm^{-1}, et un déplacement de la dernière bande. Si l'on continue la déshydratation pendant une demi-heure à une heure (II), les deux bandes vers 864 et 901 cm^{-1} s'accentuent, et les deux maxima suivants acquièrent une égale intensité, pendant que la dernière bande continue à se déplacer vers de plus hautes fréquences. Au bout de 24 heures de séjour dans l'étuve (III), l'absorption de la région intermédiaire devient très bien marquée, et, dans la région suivante, l'inversion des intensités des bandes de 1109 et 1210 cm^{-1} est complète, tandis que la dernière bande se déplace toujours dans le même sens. Au bout de 30 heures, celle-ci se trouve vers 1636, au lieu de 1492 cm^{-1} pour l'acide hydraté.

Nous avons ensuite étudié le processus inverse. Un échantillon, qui avait séjourné 50 heures environ dans l'étuve, a été placé, pendant quatre jours, dans un dessiccateur, contenant de l'acide sulfurique (sous la pression atmosphérique). Les bandes de 1110 d'une part, et de 868 et 910 cm^{-1} d'autre part, ont disparu, et l'on constate l'apparition d'une très large bande (probablement double), située entre 1046 et 1073 cm^{-1}. En même temps, la dernière bande est revenue à la position qu'elle occupait pour l'acide hydraté (IV). Le même échantillon étant resté quatre jours de plus dans le dessiccateur, ces caractères se sont accentués (V), la nouvelle bande large se rapproche, de plus en plus, de la position qu'elle occupe, quand on prépare des couches minces d'acide par évaporation d'une solution alcoolique ou éthérée. Ainsi la rehydratation lente conduit toujours à l'*acide trans* ordinaire. Même résultat avec une rehydratation rapide.

Nous avons trouvé un autre mode de rehydratation, qui consiste à traiter 10^g d'acide anhydre par 100^g d'eau, additionnés d'une goutte d'acide sulfurique concentré. On maintient à 50°C. pendant une heure et on laisse cristalliser. Ce *nouvel* acide contient aussi 2^{mol} d'eau. Il a été examiné sous forme d'une mince couche solide, provenant de l'évaporation d'une solution éthérée ou alcoolique (la poudre obtenue ne se prête pas à l'examen direct). Le spectre (VI) présente à 1128 cm^{-1} une bande totalement absente dans le spectre de l'acide ordinaire, et qui existe, comme nous venons de le montrer, dans celui de l'acide déshydraté, ce qui laisse supposer que l'*acide parfaitement déshydraté contient, en proportion importante, la forme anhydre de l'isomère cis*. En plus, il y a une bande vers 1028 cm^{-1}, que l'on

retrouve également dans le spectre de l'acide ordinaire, quand on prépare la couche par évaporation d'une solution alcoolique ou éthérée (VII).

Nous avons aussi déterminé les spectres infrarouges des deux formes cristallographiques de l'acide oxalique, (VIII), acide α en poudre; (IX), acide α, et (XI), acide β (couches obtenues par évaporation d'une solution alcoolique ou éthérée); (X), acide β en poudre. D'après les résultats précédents, *l'acide α serait l'isomère trans et l'acide β l'isomère cis*. Ils ont en commun une bande forte vers 717 cm^{-1}, mais la très forte bande de 1457 de l'acide α émigre à 1570 cm^{-1} pour l'acide β. La variation de cette dernière région, au cours de la déshydratation s'explique ainsi, pour une grande part, par l'existence de proportions différentes des deux isomères. Avec l'acide α seulement, la préparation d'une couche mince par évaporation d'une solution alcoolique ou éthérée fait apparaître une nouvelle bande vers 1010 cm^{-1} et renforce considérablement l'intensité de celle de 1210 cm^{-1} [cf. résultat analogue pour l'acide du commerce (VII)].

Il semble que l'on puisse attribuer l'apparition, au cours de la déshydratation, des deux bandes vers 864 et 910 cm^{-1} à la formation d'un *anhydride*, très instable, qui se présente en même temps que la forme cis. Mais le chauffage à l'étuve des formes cis ou trans *seules* n'a pas fait apparaître ces maxima, de même que le passage, dans ces conditions, du trans au cis ne semble se faire qu'en présence de petites quantités de cis, préalablement existantes. Naturellement les deux bandes attribuées à l'anhydride disparaissent quand on rehydrate le produit (V), (VI).

Maxima d'absorption (en cm^{-1}).

I...	712 (F)	864 (f)	901 (tf)		1090 (aF)	1185 (m)	1521 (TF)
II...	714 (F)	864 (aF)	912 (m)		1108 (aF)	1191 (aF)	1547 (TF)
III...	716 (F)	868 (F)	917 (aF)		1109 (aF)	1210 (F)	1599 (TF)
IV...	716 (F)			1046–1073 (F)		1183 (f)	1492 (F)
V...	714 (F)			1032 (F large)		1181 (f)	1503 (F)
VI...	718 (F)			1028 (F)	1128 (F)	1185 (F)	1599 (TF)
VII...	712 (F)			1016 (F)		1210 (F)	1594 (TF)
VIII...	717 (F)					1281 (f)	1457 (TF)
IX...	717 (F)			1006 (F)		1201 (F)	1576 (TF)
X...	716 (F)				1119 (F)	1210 (F)	1570 (TF)
XI...	715 (F)				1085 (F)		1566 (TF)

En raison de l'abondance de l'acide oxalique dans la nature, il était intéressant de rechercher cet acide cis chez les animaux et les plantes. A titre d'exemple, l'acide, extrait du suint de mouton, se comporte comme un

mélange de cis et trans, tandis que le produit provenant de la racine d'iris (*Iris florentina* L.) semble surtout composé d'acide trans.

L'acide oxalique cis nous paraît être le premier exemple de corps *prévu et isolé* par l'emploi simultané des spectres Raman et infrarouge.

MÉTALLOGRAPHIE. — *A propos de la morphologie comparée des structures à deux constituants dans les alliages.* Note [1] de M. **Albert Portevin**, présentée par M. Albert Caquot.

M. Raymond de Fleury [2] a présenté une *Morphologie comparée des structures à deux éléments* et une *Classification rationnelle des plastiques à deux constituants*, dans laquelle il place les « alliages métalliques usuels à deux constituants » dans la catégorie : « le corps rigide fragmentaire se dissémine dans le plastique enrobant ».

Ce n'est là qu'un cas structural très particulier des alliages : non seulement, comme nous l'avons montré [3], l'un ou l'autre des deux constituants du mélange peut être alternativement enrobé ou enrobant, ce qui nous a permis d'expliquer certaines variations ou particularités des propriétés mécaniques, mais, en outre, nous avons indiqué l'intérêt qu'il y a à distinguer [4] dans la solidification des alliages binaires, trois étapes caractérisées de la manière suivante :

1° Cristaux primaires non en contact et susceptibles de déplacement : phase solide dispersée et discontinue;

2° Cristaux primaires en contact immobilisés : phases solide et liquide continues;

3° Cristaux primaires immobilisant le liquide : phase liquide discontinue, phase solide continue.

Ces trois étapes sont génératrices de trois types morphologiques, où l'on retrouve ceux de M. R. de Fleury, lorsqu'une réaction invariante (eutectique ou péritectique) vient clôturer la solidification à l'une des trois étapes indiquées, substituant au liquide le mélange eutectique ou la phase solide péritectique faisant fonction de deuxième constituant par rapport aux cristaux primaires (dont le faciès est altéré dans le cas de péritectique).

---

(1) Séance du 24 février 1941.

(2) *Comptes rendus*, 211, 1940, p. 457.

(3) *Rev. Mét.*, 20, 1923, p. 49.

(4) *Metal Progress*, 25, mars 1934, p. 44.

Suivant les cas, ce deuxième constituant peut être, soit rigide et fragile, soit mou et plastique par rapport au premier. Ainsi dans les alliages la classification morphologique en trois types est à considérer comme dans les plastiques; mais, en outre, dans le cas où l'un des constituants est liquide, cette considération domine, comme nous l'avons montré, l'étude des phénomènes de fonderie (coulabilité, ségrégation, retassures, soufflures, criques), c'est-à-dire des phénomènes qui se produisent quand on traverse le domaine à deux constituants liquide + solide, autrement dit l'intervalle de la solidification.

L'exemple industriel typique de l'influence de la répartition des constituants sur les propriétés mécaniques est fourni par le système fer-graphite qui englobe les deux grandes catégories de fontes : fontes grises non malléables, où le constituant graphite de solidification est enveloppant par rapport au constituant métallique, alors qu'au contraire, dans les fontes malléabilisées, le graphite de recuit est enrobé par celui-ci. Ceci se traduit par des différences considérables dans les propriétés plastiques.

Mais la diversité des structures est encore plus grande dans les mélanges formés par les alliages, comme nous l'avons exposé ([5]), car, dans les plastiques, il s'agit de mélanges réalisés mécaniquement alors que, dans les alliages, les mélanges peuvent prendre naissance tant à partir de l'état liquide, milieu amorphe et fluide, que dans l'état solide, milieu cristallisé et résistant; les deux circonstances pouvant d'ailleurs se superposer. Il en résulte une orientation de la structure, non seulement lorsque le deuxième constituant prend naissance dans le milieu cristallisé, soit en lames (structure de Widmanstætten se rattachant au deuxième type de structure), soit en précipitations punctiformes (se classant dans le premier type), mais aussi quand des particules ou inclusions forment centres de précipitation; la forme et l'orientation du constituant qui prend alors naissance peut dépendre du système cristallin de l'inclusion génératrice. Un exemple en est fourni par les nodules de graphite de recuit des fontes malléabilisées selon le réseau cristallin de l'inclusion qui les amorce.

Compte tenu de ces considérations, on peut faire application aux alliages à deux constituants des formules et conclusions énoncées par M. R. de Fleury pour les plastiques dont les structures sont ainsi une extension à ces matériaux de celles offertes déjà par les alliages.

([5]) *Aperçu sur la structure des alliages*, p. 243 à 250 du tome 12 du *Traité de Chimie minérale* de P. Pascal (Paris, 1934).

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Le dosage du potassium dans les liquides biologiques par microsédimentation.* Note de M. **Radu Vladesco**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

La découverte du cobaltinitrite de potassium par W. Fischer en 1848 a provoqué un nombre important de travaux. La plupart de ceux-ci visaient l'établissement d'une méthode de dosage du potassium telle que le réclament les recherches biologiques. Les techniques établies par Delaville et Carlier et par Leulier, Velluz et Griffon sont parmi les plus intéressantes à ce point de vue.

Dans la première, on est conduit à un dosage de cobalt par molybdomanganimétrie, tandis que dans la seconde on arrive au dosage des nitrites alcalins résultant de l'hydrolyse du complexe en milieu phosphatique. Les nombreuses opérations à effectuer, dans les deux cas, constituent autant de sources d'erreur, et par leur durée sont de nature à rebuter les biologistes.

La microsédimentation, que nous avons employée pour le dosage des sucres réducteurs, du soufre et des chlorures [1], n'est-elle pas susceptible d'être appliquée avantageusement aussi pour le dosage du potassium? Les recherches que nous avons entreprises dans cette direction se sont montrées nettement affirmatives. Nous nous sommes servi dans ce but d'un tube dont le capillaire avait un diamètre intérieur de $0^{mm},43$ et qui a été étalonné avec une solution titrée de chlorure de potassium.

A la prise d'essai de 2^{cm^3} on ajoutait $0^{cm^3},5$ du réactif obtenu en dissolvant 1^{g} de cobaltinitrite de sodium sec [préparé suivant les indications de Biilmann [2]] dans 4^{cm^3} de solution d'acide acétique à 0,5 %.

Le mélange, bien homogénéisé par quelques rotations du tube entre les deux mains, était laissé au repos environ 30 minutes. Le cobaltinitrite de potassium était ensuite rassemblé par centrifugation dans le tube capillaire (la durée et la vitesse de la centrifugation étant les mêmes dans tous les essais). Dans le tableau qui suit sont données :

1° dans une première ligne les quantités de potassium (exprimées en millièmes de milligramme) de différentes prises d'essai;

---

(1) *Comptes rendus*, **211**, 1940, p. 260 et 642, et **212**, 1941, p. 238.

(2) *Ztsch. für Anal. Chem.*, **39**, 1900, p. 284.

2° dans une deuxième ligne, les hauteurs des colonnes de précipité (cobaltinitrite de potassium) exprimées en millimètres.

72,5	84,6	96,7	108,8	120,9	133	145,1	157,2
traces	0,75	1,25	2,25	3	4	5	5,13
169,3	181,3	193,4	205,5	217,6	229,7	241,8	–
5,25	5,75	5,87	6,25	6,75	7,25	7,50	–

En examinant ce tableau on voit que la précipitation du cobaltinitrite de potassium, dans les conditions expérimentales indiquées, n'a pas lieu si la concentration en potassium de la solution à analyser descend au-dessous de 3 °/₀₀₀.

Il faut attirer l'attention d'une façon particulière sur une cause d'erreur très importante : la sédimentation complète du précipité dans le tube capillaire n'est possible que si le tube à centrifuger est rigoureusement propre (sinon une partie du précipité adhère aux parois).

Il faut mentionner ici que H.-J. Hamburger ([3]) a préconisé déjà depuis 1915 le dosage du potassium par la mesure du volume de cobaltinitrite séparé par centrifugation. Il a fait même construire un tube à centrifuger en forme d'entonnoir dont le col était tiré en capillaire.

Le fait qu'un tel dosage, suivant les prescriptions mêmes de l'auteur, nécessitait plus de vingt heures et les difficultés rencontrées dans la manipulation de ces tubes (dont le nettoyage est assez difficile) sont les raisons pour lesquelles la technique de Hamburger n'est pas rentrée dans la pratique courante.

Il est indispensable, pour cette raison, de très bien nettoyer le tube avant chaque dosage. On y arrive en brossant le tube, le lavant avec le mélange sulfochromique, puis l'eau distillée; enfin, en le rinçant d'abord avec de l'alcool, et ensuite avec de l'éther. Il ne faut pas oublier non plus que le tube capillaire doit être préalablement rempli d'eau, sans aucune bulle d'air, avant de le boucher avec de la cire Golaz.

La technique exposée a été appliquée au dosage du potassium dans le lait. La minéralisation préalable de ce produit biologique n'est pas indispensable. La déprotéinisation du lait par son mélange avec un volume égal de solution d'acide trichloracétique à 20 % est suffisante.

Le liquide clair, obtenu par la filtration du mélange lait-acide trichloracétique à travers un papier à filtrer sans cendres, et qui a été ensuite

---

([3]) *Biochem. Ztschr.*, **71**, 1915, p. 415.

étendu dans un volume dix fois plus grand avec de l'eau distillée, se prête sans aucun inconvénient au dosage du potassium. A titre d'exemple nous donnons ici le protocole de quelques expériences nous renseignant sur la précision et la sensibilité de la technique :

avec une prise d'essai correspondant à $0^{cm^3},099$ de lait nous avons trouvé une teneur en potassium de $1^g,404$ par litre;

avec une prise d'essai correspondant à $0^{cm^3},153$ du même lait, nous avons trouvé $1^g,448$ par litre;

avec une prise d'essai correspondant à $0^{cm^3},036$ du même lait et à laquelle on a ajouté $0^{mg},121$ de potassium, nous avons trouvé, déduction faite de l'excédent de métal alcalin introduit, $1^g,343$ par litre (au lieu de $1^g,426$).

Conclusions. — La microsédimentation, soigneusement appliquée, permet le dosage du potassium dans les liquides biologiques avec une précision qui n'est pas dépassée par les techniques en usage à l'heure actuelle. De plus, la microsédimentation est supérieure à ces techniques par sa sensibilité et surtout par sa commodité.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la nitration de la cellulose dans les mélanges d'acide nitrique et de corps oxygénés.* Note [1] de MM. **Jean Desmaroux**, **René Dalmon** et Mlle **Geneviève Petitpas**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

De nombreux travaux ont été faits sur la constitution de l'acide nitrique, notamment par observation des spectres Raman et de l'absorption en lumière ultraviolette [2]. On sait d'autre part que la nitration de la cellulose par l'acide nitrique est modifiée par addition à l'acide anhydre (NO^3H) de corps tels que l'anhydride acétique, l'acide acétique etc. [3]. Il paraît probable que cette influence est due à des modifications d'état de l'acide nitrique.

Cet état de l'acide nitrique doit vraisemblablement être influencé par la

(1) Séance du 3 mars 1941.

(2) Voir en particulier Jean Chédin, *Ann. Chim.*, (II), 8, 1937, p. 243; René Dalmon, *Comptes rendus*, 207, 1938, p. 473; 209, 1939, p. 413; J. Desmaroux, J. Chédin, R. Dalmon, *Comptes rendus*, 209, 1939, p. 455.

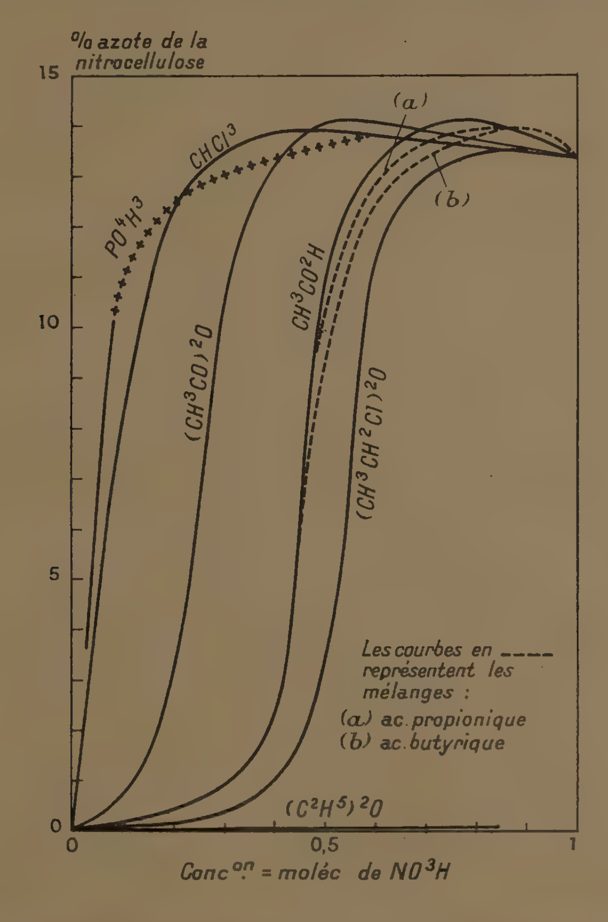
(3) A. Bouchonnet, F. Trombe et G. Petitpas, *Comptes rendus*, 197, 1933, p. 63; A. Bouchonnet, F. Trombe et G. Petitpas, *Bull. Soc. Chim.*, 5e série, 4, 1937, p. 1085.

présence de composés de la forme $O\langle^{R}_{R'}$ contenant un oxygène, dont la *basicité relative* varierait.

Comme substances oxygénées de basicité variable, nous avons choisi :

Éther éthylique $O(C^2H^5)^2$, éther dichloré $O(CH^2-CH^2Cl)^2$; la série des acides gras, acide acétique, propionique, butyrique-anhydride acétique; enfin un corps non oxygéné, le chloroforme $CHCl^3$, dans lequel l'acide anhydre (NO^3H) est soluble.

Avec l'éther éthylique, qui possède l'oxygène le plus basique [on sait que l'éther diméthylique $O(CH^3)^2$ forme une combinaison avec HCl], on ne



constate aucune trace de nitration. Il faut noter que les mélanges avec l'éther dont la concentration moléculaire en NO^3H est supérieure à 0,5, concentration équimoléculaire, sont très peu stables à la température ordinaire : il y a réduction de l'acide nitrique. Si l'on diminue la basicité

de l'oxygène par introduction de Cl (éther dichloré), on voit reparaître la capacité de nitration.

Pour cet éther dichloré et pour les acides gras, qui ont un oxygène également de faible basicité, les allures des courbes de nitration en fonction de la concentration moléculaire en acide NO^3H sont tout à fait analogues. La nitration, d'abord très faible en partant des faibles concentrations en acide, s'élève brusquement au voisinage de la concentration équimoléculaire, puis se stabilise un peu au-dessous du maximum théorique de nitration.

L'anhydride acétique présente une particularité : la montée de la nitration se produit plus tôt, au voisinage du mélange contenant 3^{mol} d'anhydride pour 1^{mol} de NO^3H. Nous n'avons pas expliqué ce comportement particulier.

Enfin dans le chloroforme, la capacité de nitration de NO^3H est à peu près immédiate et s'observe même pour de faibles concentrations. L'acide n'est pas du tout bloqué.

Nous donnons également la courbe relative aux mélanges nitrants contenant PO^4H^3 qui est un acide de force analogue à NO^3H. La nitration y débute très vite.

Les courbes ainsi tracées sont nécessairement situées au-dessous des courbes théoriques, parce que la réaction, en absorbant de l'acide nitrique et en dégageant de l'eau, change nécessairement la composition du mélange et affaiblit sa capacité de nitration, surtout pour les faibles concentrations en acide. Cette explication est démontrée par le fait que le degré de nitration peut être fortement relevé du côté des faibles taux d'azote en faisant agir plusieurs fois des mélanges nitrants de même composition, mais renouvelés, sur le même échantillon.

Des essais sont en cours pour étudier la structure de l'acide nitrique dans ces mélanges par diverses méthodes physiques, spectres Raman, infrarouge.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Ouverture de l'hétérocycle dans les acides à noyau hydrofuranique*. Note de M. **Raymond Paul**, présentée par M. Marcel Delépine.

L'application aux époxydes 1.4 à fonction acide

$$\underbrace{CH^2.CH^2.CH^2.CH}_{O}.(CH^2)^n.CO^2H$$

des diverses méthodes d'ouverture de l'hétérocycle, utilisées avec succès

dans le cas des alcoyltétrahydrofurans et des tétrahydrofurylcarbinols, a fait ressortir une influence très nette du carboxyle sur la facilité et sur le mode de rupture du cycle hydrofuranique. En outre on a pu préparer, à partir des acides tétrahydropyromucique ($n=0$) et tétrahydrofurylpropionique ($n=2$), toute une série de dérivés des acides valérianique et œnanthylique, dérivés difficilement accessibles par d'autres procédés.

1. *Dérivés de l'acide dihydroxy-2.5 valérianique.* — L'acide bromhydrique, gazeux ou en solution acétique, à 130°, ne permet pas de passer de l'acide tétrahydropyromucique (ou de ses esters) à l'acide dibromo-2.5 valérianique avec un rendement de plus de 40 %; une grande partie de l'acide bromo-5 hydroxy-2 valérianique, formé transitoirement, se décompose en effet avec dégagement d'oxyde de carbone.

Le chlorure d'acétyle, à 60°-70°, et en présence d'une trace de Cl^2Zn, réagit facilement sur le tétrahydropyromucate d'éthyle en donnant (Rt. 89 %) l'acétate du chloro-5 hydroxy-2 valérianate d'éthyle

$$Cl(CH^2)^3.CH(O^2C.CH^3).CO^2C^2H^5$$

(contenant sans doute un peu de son isomère, l'acétate du chloro-2 hydroxy-5 valérianate d'éthyle). C'est un liquide incolore et presque inodore, bouillant à 140° sous 12^{mm} ($D_{15}^{8,5}$ 1,146; $N_D^{8,5}$ 1,44592; Cl % 16,05 tr.).

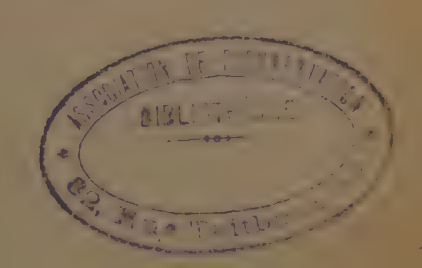
Chauffée pendant 10 heures à 150° avec l'acétate de potassium (et 1 % de INa, jouant le rôle de catalyseur), cette chloracétine conduit (Rt. 93 %) au diacétate du dihydroxy-2.5 valérianate d'éthyle

$$CH^3.CO^2.(CH^2)^3.CH(O^2C.CH^3)CO^2C^2H^5$$

($Éb_{12}$ 160°-161°; $D_{15}^{9,5}$ 1,123; $N_D^{9,5}$ 1,43999). Ce même ester peut encore s'obtenir directement (Rt. 66 %) en traitant le tétrahydropyromucate d'éthyle à 230° par l'anhydride acétique contenant 1 % de Cl^2Zn.

Saponifié par l'hydroxyde de baryum à 105°, l'ester précédent fournit un mélange d'acétate et de dihydroxyvalérianate de baryum, d'où l'on extrait aisément l'acide dihydroxy-2.5 valérianique $HO(CH^2)^3$ $CHOH.CO^2H$; c'est un liquide épais, ne cristallisant pas, même à —78°. Son sel de baryum (Ba 33,84 tr.) cristallise très difficilement en petits prismes hygroscopiques.

Si au lieu de saponifier l'ester diacétique, on l'alcoolyse par un excès (8 mol.) de méthanol contenant 1 % de ClH, on obtient le dihydroxy-2.5 valérianate de méthyle $HO(CH^2)^3.CHOH.CO^2CH^3$, liquide vis-



queux, bouillant avec une légère décomposition à 131°-133° sous 4^mm (D^9_{15} 1,176; N^9_D 1,14628).

Appliquée à l'acétate du chlorohydroxyvalérianate d'éthyle, la méthanolyse conduit au chlorohydroxyvalérianate de méthyle, qui ne peut être rectifié sans perdre d'acide chlorhydrique; en traitant le produit brut de l'alcoolyse par le chlorure de thionyle et la pyridine, on a pu isoler (Rt. 75 %) le dichloro-2.5 valérianate de méthyle $Cl(CH^2)^3.CHCl.CO^2CH^3$, liquide incolore bouillant à 107°-108° sous 10^mm (D^2_{15} 1,248; N^2_D 1,46807; Cl % 38,09 tr.).

Agité à la température ordinaire avec une solution aqueuse d'ammoniac, cet ester donne seulement la dichloro-2.5 valéramide

$$Cl(CH^2)^3.CHCl.CO.NH^2,$$

lamelles soyeuses fusibles à 63°. L'entrée en réaction des deux atomes de chlore, conduisant aux dérivés de la proline, ne se fait que vers 100°, et avec des solutions alcooliques d'ammoniac.

II. *Dérivés de l'acide dihydroxy-4.7 œnanthylique.* — Sous l'action de l'acide bromhydrique, le tétrahydrofurylpropionate d'éthyle (ainsi que l'acide libre) donne l'acide dibromo-4.7 œnanthylique

$$Br(CH^2)^3.CHBr.(CH^2)^2.CO^2H,$$

liquide sirupeux et incristallisable, qui perd de l'acide bromhydrique dès 50°. Cet acide se dissout facilement dans une solution refroidie de CO^3HNa; mais la solution, limpide, se trouble au bout de quelques minutes à la température ordinaire, en abandonnant un liquide huileux, la γ-bromopropyl-6 valérolactone $Br(CH^2)^3.\underbrace{CH.CH^2.CH^2.CO}_{O}$ ($Éb_{10}$ 173°-175°; D^7_{15} 1,478; N^7_D 1,50401; Br % 38,99 tr.).

C'est cette même lactone qu'on isole lorsqu'on distille soit l'acide dibromo-œnanthylique, soit son ester éthylique

$$Br(CH^2)^3.CHBr.CH^2.CH^2.CO^2H(Na, -C^2H^5)$$
$$\rightarrow BrH(Na, -C^2H^5) + Br(CH^2)^3.\underbrace{CH.CH^2.CH^2.CO}_{O}.$$

Le chlorure d'acétyle réagit dès 60° sur le tétrahydrofurylpropionate d'éthyle (en présence de 0,1 % de Cl^2Zn); mais ici encore le produit normal de l'ouverture du cycle n'a pu être isolé : à la distillation on observe un départ de chlorure d'éthyle et l'on ne recueille que l'acétate de

la γ-hydroxypropyl-6 valérolactone

$$CH^3.CO^2.(CH^2)^3.\underbrace{CH.CH^2.CH^2.CO}_{O},$$

bouillant à 173°-175° sous 8mm (D_{15}^{5} 1,140; N_D^5 1,46072).

L'anhydride acétique ouvre l'hétérocycle bien plus facilement dans le tétrahydrofurylpropionate d'éthyle que dans le tétrahydropyromucate : à 205° on obtient avec un rendement de 86 % le diacétate du dihydroxy-4.7 heptanoate d'éthyle

$$CH^3.CO^2.(CH^2)^3.CH(O^2C.CH^3).CH^2.CH^2.CO^2.C^2H^5,$$

liquide bouillant à 182°-183° sous 10mm (D_{15}^{18} 1,101; N_D^{18} 1,44912).

Traité à l'ébullition par un excès de méthanol à 1 % de ClH, le diacétate précédent ne donne pas le dihydroxy-4.7 heptanoate de méthyle, mais seulement son produit de cyclisation, la γ-hydroxypropyl-6 valérolactone

$$HO.(CH^2)^3.\underbrace{CH.CH^2.CH^2.CO}_{O}$$

($Éb_9$ 184°-186°; D_{15}^{9} 1,145; N_D^9 1,47456).

Dans tous ces dérivés la formation de γ-lactones est donc fort aisée; or on sait que les γ-lactones et les δ-lactones se forment sensiblement avec la même facilité. Comme, dans l'étude des dérivés de l'acide dihydroxy-2.5 valérianique, on n'a pu observer la moindre cyclisation, il semble que l'on puisse conclure que la présence d'un substituant négatif en α par rapport au carboxyle est un obstacle à la formation des δ-lactones.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Cyclisation d'α-anilino-cétones* II.

Note de Mlle **Marguerite Garry**, présentée par M. Marcel Delépine.

J'ai montré [1] que les α-anilino-cétones de type (I) peuvent être cyclisées en indolénines de formule générale (II)

R¹—CO—C(R¹)(R²)—NHC⁶H⁵ → [indolénine : noyau benzénique accolé à C(R¹)(R²)—C(R¹)=N] + H²O.

(I, II).

[1] *Comptes rendus*, 211, 1940, p. 399.

La cyclisation est réalisée soit lorsqu'on chauffe un mélange d'α-anilino-cétone et d'aniline en présence de chlorhydrate d'aniline, ou de chlorure de zinc [2], soit par simple déshydratation de l'anilino-cétone elle-même, au moyen de chlorure de zinc, soit encore par transformation sous l'action de la chaleur d'un dérivé de l'anilino-cétone : chlorhydrate ou iodométhylate. Dans les divers cas que j'ai étudiés précédemment, la même indolénine s'est formée, quel que fut le procédé de cyclisation employé.

Il en est tout autrement pour la phényl-4 méthyl-3 phénylamino-3 butanone-2, qui provient de la condensation du chlorure de benzylmagnésium avec le diacétyle-dianile. La déshydratation de cette base par chauffage avec le chlorure de zinc conduit, suivant le mécanisme que nous avons proposé pour les homologues inférieurs, à la diméthylbenzylindolénine. Mais, si l'on chauffe l'anilino-cétone à 180° avec l'aniline et le chlorhydrate d'aniline, le processus de cyclisation est tout différent et l'on aboutit au diméthylindol à côté de benzylaniline.

Cependant la constitution de la phényl-4 méthyl-3 phénylamino-3 butanone-2 ne paraît pas douteuse. Elle est établie par le fait que lorsqu'on la réduit par le sodium et l'alcool, elle fournit, par coupure de la molécule, de l'aniline et non pas de la benzylaniline. Le radical benzyle est donc bien fixé au carbone et non à l'azote dans l'anilino-cétone primitive. Pour expliquer la réaction de cyclisation qui donne naissance au diméthylindol et à la benzylaniline, il faut donc admettre que le radical benzyle se transpose du carbone à l'azote avant la cyclisation. L'anilino-cétone, ainsi isomérisée, subit alors la cyclisation classique en indol suivant le mécanisme de Bischler [3].

C^6H^5, H > N — C($CH^2C^6H^5$)(CH^3) — C(CH^3) = O $\xrightarrow{+C^6H^5NH^2, ClH}$ $C^6H^5N—CH^2C^6H^5$, H ; C—CH^3 ; C—CH^3 ; NH

(III).

→ C—CH^3 ; C—CH^3 ; NH + NH($CH^2C^6H^5$)(C^6H^5)

On observe aussi la même cyclisation anormale en diméthylindol,

(2) Japp et Murray, *Ber. d. Chem. Ges.*, 26, 1893, p. 2639.
(3) *Ber. d. Chem. Ges.*, 25, 1892, p. 2860.

lorsqu'on chauffe à 70° en présence d'acide chlorhydrique le diméthyl-4 méthyl-3 phénylamino-3 phénylimino-2 pentane qui dérive de l'action du chlorure de tert-butylmagnésium sur le diacétyle-dianile :

C^6H^5 — N — C — $C(CH^3)^3$, CH^3 ; N = C — CH^3 (IV). $\xrightarrow{+ClH}$ $C^6H^5N—C(CH^3)^3$; C—CH^3 ; C—CH^3 ; NH

→ C—CH^3 ; C—CH^3 ; NH + $C^6H^5NH^2$ + $(CH^3)^3$—CCl

Ici on n'isole pas de tert-butylaniline à côté du diméthylindol; cette base extrêmement instable (4) se décompose en aniline et en chlorure de tert-butyle ou tert-butylcarbinol suivant la concentration en acide du milieu. L'existence préalable de la fonction phénylimine dans la molécule paraît faciliter au maximum la cyclisation dans le sens indiqué. Ici encore la cyclisation est vraisemblablement précédée d'une transposition du radical tert-butyle à l'azote.

Ces observations montrent que le sens de la cyclisation des anilino-cétones du type (I) dépend essentiellement de la nature du radical R_2 situé en α du groupe carbonyle. Les radicaux relativement simples subissent lors de la cyclisation en indolénine une migration de la position 2 à la position 3, la plus stable comme je l'ai indiqué précédemment.

Le radical benzyle et surtout le radical tert-butyle sont éliminés lors de la cyclisation, peut-être en raison de leur influence stérique trop grande.

L'influence stérique de ces radicaux se retrouve d'ailleurs dans les autres propriétés chimiques des composés (III) et (IV) (dans lesquels les groupements fonctionnels résistent à l'action des réactifs ordinaires). Ceci est particulièrement frappant pour le composé (IV) qui ne s'hydrolyse pas à froid comme ses homologues en donnant l'anilino-cétone correspondante. C'est seulement après chauffage à 70° que l'on obtient cette anilino-cétone à l'état de traces à côté d'une importante quantité de diméthylindol. Le groupe carbonyle de cette anilino-cétone résiste à toute tentative d'oximation, tandis que son oxime, préparée indirectement par

(4) Hickinbottom, *J. Am. Chem. Soc.*, 56, 1934, p. 1820.

la méthode déjà indiquée ([5]), présente une inertie complète vis-à-vis des agents habituels d'hydrolyse.

J'ai préparé les composés nouveaux suivants au cours de ce travail :

Diméthyl-2.3 benzyl-3 indolénine $C^{17}H^{17}N$, E^{17} 188-190°; picrate, F. 139°,
Phényl-4 méthyl-3 phénylamino-3 phénylimino-2 butane $C^{23}H^{24}N^{2}$; F. 100°;
Phényl-4 méthyl-3 phénylamino-3 butanone-2 (III) $C^{17}H^{19}ON$, E^{16} 208-210°; F. 74°; picrate, F. 125°; oxime, F. 178°;
Phényl-4 méthyl-3 phénylamino-3 hydroxy-2 butane $C^{17}H^{21}ON$, E^{14} 213°;
Diméthyl-4 méthyl-3 phénylamino-3 phénylimino-2 pentane (IV) $C^{20}H^{26}N^{2}$, F. 115°; picrate, F. 119°; dichlorhydrate;
Oxime de la diméthyl-4 méthyl-3 phénylamino-3 pentanone-2 $C^{14}H^{22}ON^{2}$, F. 166°.

GÉOLOGIE. — *A propos de la tectonique de la bordure du Tanneron.* Note de M. **Jean Goguel.**

M. Léon Bertrand ([1]) a écrit : « Quoique l'existence de ces duplicatures... ait été contestée par M. Goguel en une région où les plus basses ne sont formées que de Trias et d'Infralias... leur distinction ne peut être méconnue lorsque s'y développent les calcaires jurassiques... », ce qui pourrait laisser croire que j'admets son interprétation en ce qui concerne ce que M. Bertrand appelle les duplicatures supérieures, comprenant des calcaires jurassiques.

Il me paraît donc nécessaire de rappeler les conclusions auxquelles je suis parvenu à la suite d'observations détaillées, appuyées sur des levés au 1/20000e. Je renverrai, pour le détail des observations, au Mémoire que j'ai consacré à l'ensemble de cette région ([2]).

Les dislocations qui affectent les plateaux jurassiques au nord du Tanneron n'ont pas la continuité que leur prête M. Bertrand. Lorsqu'on les suit, on constate qu'elles s'enracinent, c'est-à-dire qu'au delà d'un certain point, la série jurassique qu'elles accidentaient devient continue. La forme de l'enracinement montre que la lèvre septentrionale a été poussée vers le Sud, au-dessus de la lèvre méridionale. En quelques points (Aïsse, dans l'angle sud-est de la feuille de Castellane, et de Courmes

---

([5]) M. Montagne et M. Garry, *Comptes rendus*, 208, 1939, p. 1736.

([1]) *Comptes rendus*, 212, 1941, p. 276.

([2]) Description tectonique de la bordure des Alpes, de la Bléone au Var. (*Mém. Carte géol.*, et *Thèse*, Paris, 1937).

à Vence, sur celle de Nice), des formations miocènes sont pincées dans ces accidents, et démontrent leur âge alpin.

Parmi ces enracinements, qui ont été méconnus par M. Bertrand sur la feuille de Nice (2e édition), mentionnons les suivants : le chevauchement de la forêt de Briasq s'enracine à Saint-Vallier, et ne se raccorde pas à l'anticlinal de Doublier. Celui-ci se termine périclinalement à ses deux extrémités; il ne prolonge pas l'accident de la Marbrière, lequel s'enracine au nord de Grasse (*op. cit.*, *fig.* 215, p. 280; *fig.* 217, p. 284; *fig.* 220, p. 287). D'autre part les bandes d'Infralias que M. Bertrand figure dans les gorges de la Siagne, sous Saint-Cézaire, et dans celles du Loup, en dessous de Gourdon, ne seraient représentées que par une intercalation de dolomie non fossilifère au milieu des calcaires bajociens. Ceux-ci comportant fréquemment des parties dolomitiques, la détermination de l'Infralias est douteuse. Il me paraît inutile de supposer un contact anormal, et je considère la série comme continue.

En un mot, aucune des dislocations importantes au nord et à l'est du Tanneron n'indique une duplicature provençale, poussée du Sud au Nord. En dehors de quelques ondulations (Vence), ou peut-être de quelques failles, il n'y a que des accidents d'âge alpin, avec chevauchement vers le Sud.

ANTHROPOLOGIE. — *La répartition des groupes sanguins dans le Sud-Ouest de la France.* Note de M. **Henri-V. Vallois.**

L'étude systématique de la répartition des groupes sanguins en France n'a jamais été faite. Dans une enquête en cours, j'ai déjà pu établir près de 5000 fiches [1], correspondant à des individus d'origine, âge et sexe connus. J'examinerai ici ce qui concerne les 23 départements du Sud-Ouest qui vont de la Charente-Inférieure aux Bouches-du-Rhône.

Anthropologiquement, il y a là trois zones : Gascogne et Charentes; bassin de la Garonne et de l'Adour, Pyrénées inclus; côte méditerranéenne. La première et la troisième ont une forte proportion de dolichocéphales, la seconde est presque exclusivement habitée par des brachycéphales. Leurs

(1) Dont les éléments m'ont été fournis, pour la majeure partie, par le docteur Stillmunkés, directeur du Centre de transfusion de Toulouse, pour le reste, par le docteur Sédalléan, directeur de celui de Lyon.

formules sanguines respectives, avec les fréquences des gènes qui les déterminent, sont :

	Nombre des sujets.	Pourcentage des groupes.				Ind. de Hirszfeld.	Fréquence des gènes.		
		O	A	B	AB		*p*	*q*	*r*
Côte Méditerranéenne :									
natifs	293	39,9	50,8	6,8	2,3	5,7	311	51	644
Gascogne-Charentes, natifs.	137	42,3	46,7	8	2,9	4,5	293	59	650
Garonne-Adour, résidants..	1215	46,1	44,1	7,7	2	4,7	269	54	678
» natifs....	1667	47,1	44,5	6,3	1,9	5,6	270	44	686
» ensemble.	2882	46,7	44,4	6,9	1,9	5,1	271	48	683

Ainsi, dans les deux zones dolichocéphales, la proportion du groupe A est supérieure à celle du groupe O ; dans celle brachycéphale, c'est l'inverse. L'opposition est surtout marquée entre les régions Garonne-Adour et méditerranéenne, dont on peut dire qu'elles constituent deux provinces sérologiques différentes.

Ces résultats peuvent être comparés aux quelques séries déjà publiées pour le reste de la France et qui concernent uniquement le Nord du pays (Lille, Alsace, Nancy, Paris), et à celles que j'ai relevées sur le Centre et la région lyonnaise, soit un total de 8800 observations. Je considérerai uniquement la distribution des gènes.

Les fréquences de *p* oscillent entre 256 (Paris) et 327 (Alsace), sans que les variations aient un sens défini ; toutes les séries sont inférieures à 300, sauf l'Alsace et la côte méditerranéenne.

La distribution de *q* permet d'opposer le Nord de la France, où les fréquences varient de 70 (Lille) à 88 (Nancy), au Sud, où elles sont toujours inférieures à 60. Dans les grandes lignes, la fréquence de ce gène diminue du Nord-Est aux Pyrénées.

La distribution de *r* est plus irrégulière et les valeurs oscillent entre 601 (Alsace) et 683 (Garenne-Adour) ; on peut cependant déceler, à l'inverse du gène précédent, une augmentation progressive du Nord-Est au Sud-Ouest.

La région Garonne-Adour apparaît ainsi comme une zone extrême pour deux au moins des éléments constituants des groupes sanguins. Le nombre de sujets examinés est assez élevé pour en permettre l'analyse :

1° Des deux séries détaillées plus haut, la seconde, faite de sujets qui y ont leur lieu de naissance, est naturellement plus pure que la première, composée de sujets qui y résident, mais n'y sont pas tous nés. Or, dans celle-ci, la proportion de O est plus forte, celle de B plus faible.

Si l'on poursuit la comparaison des *natifs* et des *résidants* en se limitant aux habitants de la Haute-Garonne, ou seulement aux Toulousains ou aux campagnards, à l'exclusion des habitants des grandes villes, on arrive chaque fois au même résultat. Il en est de même si l'on compare les Toulousains aux autres sujets du département. Dans tous les cas, la série qui comprend le maximum d'éléments indigènes a une plus grande fréquence de groupe O, une plus petite de B. Ces caractères sont donc propres à la région.

2° Pour savoir s'ils dépendent d'un facteur anthropologique, j'ai isolé, dans chacun des trois départements de l'Ariège, la Haute-Garonne et les Hautes-Pyrénées, les habitants de la montagne et ceux de la plaine. Cette séparation reposait sur le fait que les montagnes comprennent certains éléments dolichocéphales et de haute taille qui représentent peut-être un ancien constituant racial et font défaut dans la plaine. Les formules sérologiques des deux groupes n'ont cependant montré aucune différence.

3° J'ai alors établi une seconde division en séparant, au-dessous de la Garonne, les trois départements de l'Est (Ariège, Haute-Garonne, Gers) de ceux de l'Ouest (Hautes-Pyrénées, Basses-Pyrénées, Landes); ceux au nord du fleuve (Tarn, Tarn-et-Garonne, Aveyron, Lot, Lot-et-Garonne) constituant un troisième groupe, et les natifs étant seuls considérés.

	Nombre de sujets.	Pourcentage des groupes.				Ind. de Hirsz-feld.	Fréquence des gènes.		
		O	A	B	AB		*p*	*q*	*r*
Nord de la Garonne	672	44,8	45,8	7	2,3	5,1	282	50	669
Sud-Est de la Garonne (Toulousains exclus)...	522	46,5	45,4	6,3	1,7	5,8	276	44	681
Sud-Ouest de la Garonne.	267	57,3	39,7	2,2	0,7	13,9	227	14	757

On voit que les particularités sérologiques précédemment décelées s'accroissent du Nord au Sud, et surtout de l'Est à l'Ouest. Elles atteignent leur maximum dans le bassin de l'Adour, dont la formule se caractérise par l'élévation du groupe O et l'abaissement extrême du groupe B et, corrélativement, de AB; il y a aussi un certain abaissement de A.

Une telle formule diffère, non seulement de celle du reste de la France, mais de toutes celles de l'Europe; elle se classe complètement en dehors du type sanguin européen défini par Ottenberg. Les deux seules séries identiques publiées étant celles de Basques espagnols de Saint-Sébastien, il est extrêmement probable qu'elle est en rapport avec l'existence, dans tout le Sud-Ouest, d'un ancien élément européen dont les Basques seraient les

représentants les plus purs. Cette constatation est d'autant plus étonnante que les différences morphologiques entre les Basques et les autres Pyrénéens sont très faibles. Elle montre l'intérêt qu'aurait une recherche systématique des groupes sanguins dans toute la France.

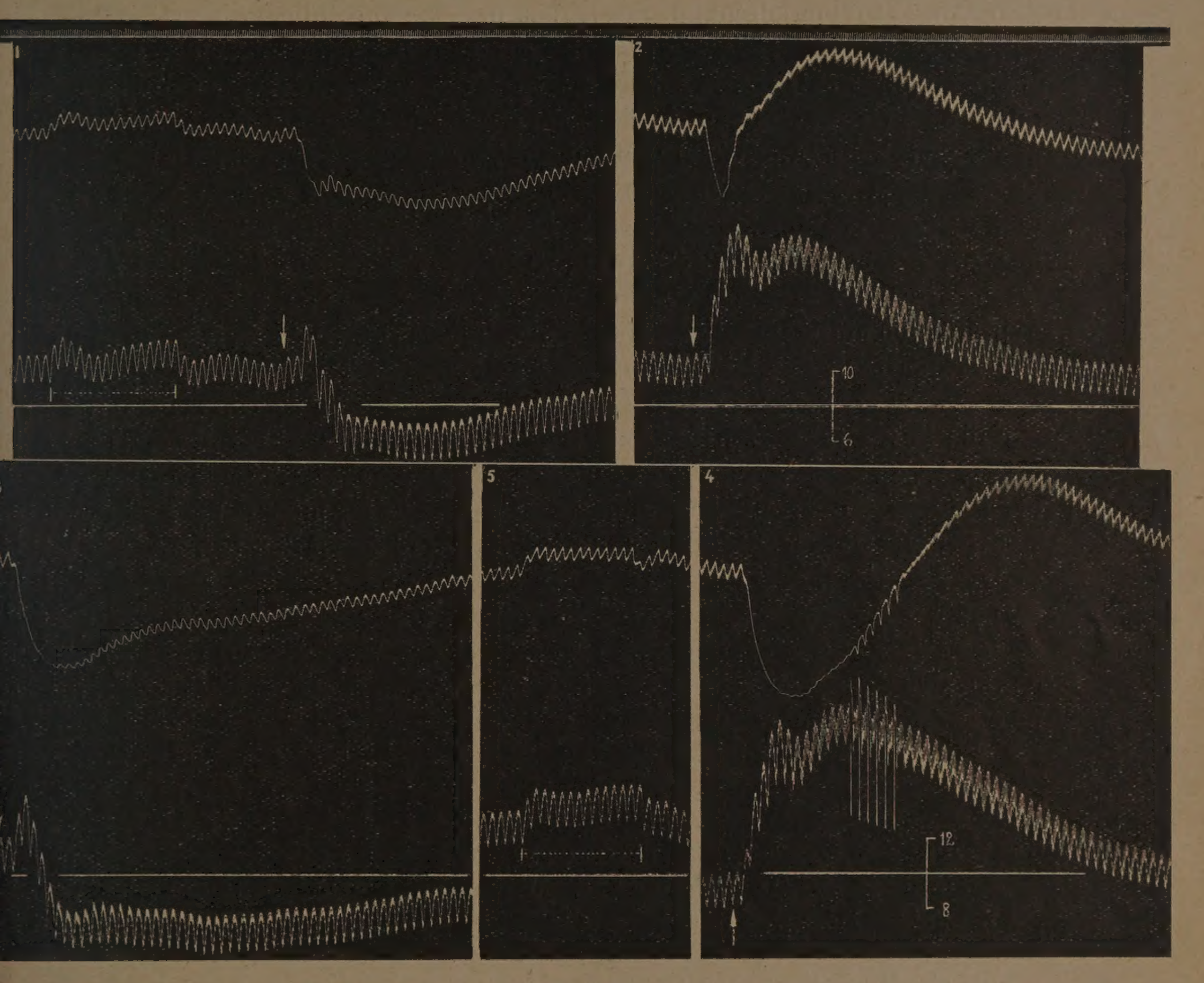
PHARMACOLOGIE. — *Sur quelques propriétés physiologiques de l'harmalol.* Note de M. **Raymond-Hamet**, présentée par M. Paul Portier.

Des cinq noyaux dont se compose la molécule de la yohimbine, trois sont disposés de façon à réaliser, par leur association benzène-pyrol-pyridine, le groupement carboline qu'on sait constituer la totalité du squelette nucléaire des bases du groupe de l'harmine. Les alcaloïdes qui se rapprochent de la yohimbine étant doués d'ordinaire d'une puissante activité sympathicolytique, il importe au chimiothérapeute de connaître l'action qu'exercent sur le système nerveux sympathique les bases carboliniques qui s'apparentent à l'harmine.

La présente Note révèle que l'une d'elles, l'harmalol, qui est la 11-hydroxy-3-méthyl-5.6-dihydro-4-carboline, loin d'inverser les effets hypertenseurs de l'adrénaline, les renforce et les prolonge de façon très marquée. C'est ainsi que, dans l'expérience qui a fourni les tracés ci-contre, l'injection de $0^{mg},01$ d'adrénaline, pratiquée après que l'animal eut été soumis à l'action de 2^{mg} de chlorhydrate d'harmalol par kilogramme, porte la pression carotidienne de 100 à 188, 178 et 199^{mm} de Hg, soit à 99^{mm} de Hg au-dessus de son niveau initial, alors qu'au début de l'expérience elle ne l'avait élevée que de 108 à 183, 168 et 178^{mm} de Hg, ne provoquant ainsi qu'une hypertension maximale de 75^{mm} de Hg. Cette augmentation des effets hypertenseurs de l'adrénaline s'est accompagnée d'une prolongation de ceux-ci, la pression carotidienne élevée par cette substance revenant plus tardivement à son niveau initial après l'administration d'harmalol qu'avant celle-ci. Quant à la vaso-constriction rénale adrénalinique, telle que la traduit l'oncographe d'Hallion et Comte par nous modifié, elle se montra dans cette expérience beaucoup plus forte et plus durable chez l'animal harmalolisé que chez l'animal normal.

Ainsi donc, contrairement aux alcaloïdes du groupe de la yohimbine, l'harmalol augmente les effets hypertenseurs de l'adrénaline, tout comme le fait la spartéine. Toutefois, à la différence de cette dernière, il ne transforme pas en hypertension l'hypotension normalement produite par

les doses faibles d'éthylnoradrénaline, c'est-à-dire du dérivé qui ne diffère



périence du 10 décembre 1937. — Chien ratier à poils ras de 7kg, anesthésié par le chloralose (14cg par kg), bivagotomisé au cou et soumis à la respiration artificielle. — 1re ligne, temps en secondes 2e et 5e lignes, variations du volume du rein enregistrées par l'oncographe d'Hallion et Comte par nous modifié. 3e et 6e lignes, modifications de la pression carotidienne enregistrées au moyen du manomètre à mercure. 4e et 7e lignes, repères de la pression carotidienne. Aux points marqués par les flèches, on a injecté, dans la saphène, en 1 et 3, 0mg,07 de chlorhydrate d'éthylnoradrénaline en solution dans 0cm³,7 de soluté physiologique de chlorure de sodium; en 2 et 4, 0mg,01 d'adrénaline dissous dans 1cm³ de ce même soluté. Entre les traits verticaux reliés par une ligne interrompue, on a pratiqué l'occlusion continue de la carotide droite, la carotide gauche étant reliée au manomètre à mercure. Entre les tracés supérieurs et les tracés inférieurs, l'animal a reçu une injection intraveineuse de 14mg de chlorhydrate d'harmalol dissous dans 7cm³ de soluté physiologique de chlorure de sodium. Tracés réduits de moitié.

de l'adrénaline que par le remplacement de son groupement méthylaminé par un groupement éthylaminé, mais il augmente et prolonge cette hypo-

tension. On voit, en effet, dans les tracés ci-joints, qu'après l'injection de $0^{mg},01$ d'éthylnoradrénaline par Kg, la pression carotidienne, au début de l'expérience, s'est élevée très passagèrement de 104 à 126, puis s'est abaissée à 69^{mm} de Hg et est revenue progressivement à son niveau initial, tandis que, quand l'animal eut été soumis à l'action de l'harmalol, elle a monté de 122 à 146, est descendue jusqu'à 76^{mm} de Hg, et ne s'est ensuite relevée qu'extrêmement lentement. L'harmalol a donc augmenté un peu l'hypotension maximale produite par l'éthylnoradrénaline puisqu'elle l'a fait passer de 35^{mm} de Hg à 46^{mm} de Hg. Il convient d'ailleurs de remarquer que l'harmalol a également augmenté et prolongé la faible et passagère hypertension ainsi que la vaso-constriction rénale qui ont constitué dans cette expérience la phase initiale de l'action tensive et vasculaire de l'éthylnoradrénaline.

Enfin l'hypertension maximale provoquée par l'occlusion carotidienne n'a été ici que fort peu modifiée par l'harmalol qui ne l'a élevée que de 10 à 15^{mm} de Hg, la pression carotidienne passant dans le premier cas de 109 à 119, 109 et 117^{mm} de Hg, dans le second, de 136 à 150, 147 et 151^{mm} de Hg.

Bien que de nouvelles recherches [1] soient nécessaires pour mettre en évidence le groupement moléculaire vecteur de l'activité sympathicolytique des alcaloïdes du groupe de la yohimbine, nous croyons qu'on peut tenir pour certain qu'il n'est point constitué par les trois noyaux du groupement carboline, mais par les deux autres [2].

GÉNÉTIQUE. — *La variation de composition d'espèces collectives* (Helix nemoralis *et* hortensis). Note [1] de Mlle **Andrée Tétry**, transmise par M. Lucien Cuénot.

L'espèce dite collective est constituée par un certain nombre de variétés vivant dans la même station et se croisant, semble-t-il, au hasard des

(1) Dans un Mémoire qui doit paraître prochainement dans les *Archiv für experimentelle Pathologie und Pharmakologie*, nous avons montré que l'harmine et l'harmaline ont, comme l'harmalol, le pouvoir d'augmenter et de prolonger les effets hypertenseurs et vasoconstricteurs rénaux de l'adrénaline.

(2) On connaît déjà le pouvoir sympathicolytique de certains dérivés de la tétrahydro-isoquinoléine.

(1) Séance du 24 février 1941.

rencontres. Les Hélices quaternaires et actuels, *Cepæa hortensis* Müll. et *nemoralis* L. sont des types classiques d'espèces collectives; sur le fond rougeâtre ou jaune citron de la coquille, il y a parfois 5 bandes noires parallèles, larges ou plus ou moins étroites (désignées par les chiffres 12345); ou bien la coloration est uniforme sans bandes (symbole 00000); ces deux extrêmes sont reliés par divers intermédiaires ayant de 1 à 4 bandes; si le déficit de 1 à 4 portait sur n'importe quelle bande, il existerait 32 combinaisons différentes, mais il n'en est pas ainsi, plus de la moitié des combinaisons imaginables sont rarissimes ou extrêmement localisées ou encore n'ont jamais été trouvées dans la nature (par les différents auteurs et moi-même). Par exemple, chez *nemoralis*, les combinaisons 10305, 00305 et 02340 sont inconnues; par contre elles existent chez *hortensis*. Toutes ces variations s'héritent suivant les règles mendéliennes (A. Lang); le fond rouge de la coquille est dominant sur le fond jaune; l'absence de bandes est dominante (ou épistatique) sur la présence; un petit nombre de bandes (une par exemple) est dominant sur un nombre plus grand.

Dans l'ontogénèse d'une coquille à 5 bandes, c'est la bande 3 qui se montre la première jusqu'à ce que la coquille ait atteint 4 à 5^{mm} de diamètre; puis apparaissent successivement les bandes 4, 1, 2 et enfin 5. Les conchyologistes pensent que la forme primitive des *Cepæa* est celle à 5 bandes et à teinte rougeâtre; la variété dominante sans bandes serait donc plus récente; quant à la variété à une bande, elle paraît bien être une mutation néoténique, un arrêt de développement laissant la coquille au stade juvénile. Puisque toutes les variations sont héréditaires, il est évident, quoi qu'on en ait dit, qu'elles sont totalement indépendantes de l'insolation, de la nourriture, etc., mais on peut se demander si certains milieux ne seraient pas plus favorables que d'autres à certaines combinaisons (préadaptation!); on pourrait dès lors concevoir dans des stations la majoration par sélection d'une combinaison déterminée. En tout cas, les Oiseaux (Grives et Merles) qui mangent souvent des *Cepæa* n'exercent apparemment aucune sélection, les diverses variétés étant du reste toutes également visibles.

On sait, assez vaguement du reste, que les différentes colonies de *Cepæa*, occupant une station limitée, ont des compositions très différentes; voici quelques statistiques qui le montrent nettement; les unes sont originales, les autres empruntées à Bœttger et à Rensch :

Variété.	*C. hortensis* (Nancy).	*C. hortensis* (près de Wien).	*C. nemoralis* (près de Bonn).	*C. nemoralis* (Vannes).
	%	%	%	%
00000	34	93,7	8,34	36
12345	37	5,3	2,66	15
00300	26	–	55,34	44
00045	–	–	–	1
00305	1	–	–	–
00340	–	–	–	1
00345	–	–	33,66	1
02345	–	–	–	1
10345	2	0,4	–	1
12045	–	0,6	–	–

Ajoutons que les coquilles à fond jaune sont toujours beaucoup plus nombreuses que les rouges : à Vannes, il y a % 18 rouges plus ou moins francs contre 82 jaunes (*nemoralis*); à Nancy, 7 à 8 roses contre 92 à 93 jaunes (*hortensis*); à l'île aux Moines (golfe du Morbihan), la forme rouge ne semble pas exister. Il n'est pas très facile d'expliquer la composition des populations du tableau : la valeur héréditaire des fondateurs de chaque colonie a sans doute une importance primordiale; on peut admettre que la colonie *hortensis* de Wien a été fondée par des individus dominants 00000 dont très peu étaient hétérozygotes; inversement la colonie de *nemoralis* de Bonn a dû être formée pour la presque totalité par le mutant à une bande 00300 dont beaucoup d'individus étaient hétérozygotes pour 00345. Bien entendu si une colonie avait pour point de départ le type ancien à 5 bandes, elle demeurerait pure jusqu'à l'apparition de mutants.

Le fait le plus intéressant qui ressorte de ces quelques statistiques, c'est la prédominance assez inattendue dans les stations de *nemoralis* du mutant néoténique à une bande (00300); on la retrouve à l'île aux Moines, 47 % contre 9 % sans bandes et 34 % à 5 bandes. Si d'autres statistiques confirmaient le succès de ce mutant intermédiaire entre les formes dominée et dominante, il serait possible d'envisager une substitution lente de ce type aux deux autres; ce qui réaliserait un changement notable de l'espèce *nemoralis*.

La séance est levée à 15h35m.

A. Lx.

